Correction du Devoircommun n°1

$3^{ème}$

Soin et qualité de la rédaction de votre copie / 4 points

Exercice 1 : / 5 points (soit 5 x 1 pt)

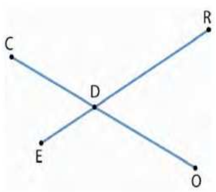
Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).

Aucune justification n'est demandée.

Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées. Une seule est exacte.

Une réponse fausse ou une absence de réponse n'enlève aucun point.

Recopier le numéro de chaque question et la réponse exacte correspondante.

1	Les diviseurs communs à 30 et 42 sont …	1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 et 7	1 ; 2 ; 3 et 6	1 ; 2 ; 3 ; 5 et 7
2	Quels sont les nombres premiers entre eux ?	774 et 338	63 et 44	1 035 et 774
3	$f(x) = 2x^2 - 5x + 3$ L'image de – 3 par f est :	36	- 36	- 6
4	$\frac{4}{3} - \frac{6}{5} =$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{7}{15}$
5	 Hugo et Quentin font se croiser 2 bouts de bois de longueurs différentes. Que doivent-ils vérifier pour que les droites (CE) et (RO) soient parallèles ?	$\frac{DR}{DC} = \frac{DO}{DE}$	$\frac{DR}{DE} = \frac{DC}{DO}$	$\frac{DR}{DE} = \frac{DO}{DC}$

1) La réponse est 1 ; 2 ; 3 et 6.

Car : <u>Méthode 1 :</u>

Les diviseurs de 30 sont 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 10 ; 15 et 30.

Les diviseurs de 42 sont 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 7 ; 14 et 42.

Donc leurs diviseurs communs sont 1 ; 2 ; 3 et 6.

<u>Méthode 2 :</u>

42 n'est pas divisible par 5. Donc la seule liste qui correspond est la deuxième.

2) La réponse est 63 et 44.

Car 774 et 338 sont des nombres pairs donc ils ne sont pas premiers entre eux.

1 035 et 774 sont des multiples de 9 donc ils ne sont pas premiers entre eux.

Il reste donc 63 et 44. Et en effet :

$63 = 44 \times 1 + 19$

$44 = 19 \times 2 + 6$

$19 = 6 \times 3 + 1$

$6 = 1 \times 6 + 0$ donc PGCD (63 ; 44) = 1

3) La réponse est 36.

Car $f(-3) = 2 \times (-3)^2 - 5 \times (-3) + 3 = 2 \times 9 + 15 + 3 = 18 + 18 = 36$

Donc l'image de -3 par f est 36.

4) La réponse est $\frac{2}{15}$.

Car $\frac{4}{3} - \frac{6}{5} = \frac{4 \times 5}{3 \times 5} - \frac{6 \times 3}{5 \times 3}$

$= \frac{20}{15} - \frac{18}{15}$

$= \frac{20 - 18}{15}$

$= \frac{2}{15}$

5) La réponse est $\frac{DR}{DE} = \frac{DO}{DC}$.

Car si on a :

- (RE) et (OC) sont sécantes en D
- C, D, O et E, D, R sont alignés dans le même ordre
- $\frac{DR}{DE} = \frac{DO}{DC}$ ou $\frac{DE}{DR} = \frac{DC}{DO}$

Alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore, (CE) // (RO).

Exercice 2 : / 6 points (soit 4 x 0,5 + 1 + 2 + 1 pts)

Léa pense qu'en multipliant 2 nombres impairs consécutifs (c'est-à-dire qui se suivent) et en ajoutant 1, le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.

1) Etude d'un exemple

5 et 7 sont 2 nombres impairs consécutifs.

a) Calculer 5 x 7 + 1.

5 x 7 + 1 = 35 + 1 = 36

b) Léa a-t-elle raison pour cet exemple ?

36 est bien un multiple de 4 car 36 = 4 x 9.

2) Le tableau ci-dessous montre le travail qu'elle a réalisé dans une feuille de calcul.

	A	B	C	D	E
1		Nombre impair	Nombre impair suivant	Produit de ces nombres impairs consécutifs	Résultat obtenu
2	x	$2x + 1$	$2x + 3$	$(2x + 1)(2x + 3)$	$(2x + 1)(2x + 3) + 1$
3	0	1	3	3	4
4	1	3	5	15	16
5	2	5	7	35	36
6	3	7	9	63	64
7	4	9	11	99	100
8	5	11	13	143	144
9	6	13	15	195	196
10	7	15	17	255	256
11	8	17	19	323	324
12	9	19	21	399	400

a) D'après ce tableau, quel résultat obtient-on en prenant comme premier nombre impair 17 ?

Le résultat obtenu est 324.

b) Montrer que ce nombre entier est un multiple de 4.

324 est un multiple de 4 car dans le nombre 324, 24 est un multiple de 4 car 24 = 4 x 8.

Ou alors, 324 = 4 x 81.

c) Parmi les 4 formules de calcul tableur suivantes, deux formules ont pu être saisies dans la cellule D3. Lesquelles ? Aucune justification n'est attendue.

Formule 1 : $\boxed{=(2*A3+1)*(2*A3+3)}$

Formule 2 : $\boxed{=(2*B3+1)*(2*C3+3)}$

Formule 3 : $\boxed{=B3*C3}$

Formule 4 : $\boxed{=(2*D3+1)*(2*D3+3)}$

Les deux formules qui correspondent sont la 1 et la 3.

3) Etude algébrique

a) Développer et réduire l'expression $(2x+1)(2x+3)+1$.

$(2x + 1)(2x + 3) + 1 = 2x \times 2x + 2x \times 3 + 1 \times 2x + 1 \times 3 + 1$

$= 4x^2 + 6x + 2x + 3 + 1$

$= 4x^2 + 8x + 4$

b) Montrer que Léa avait raison : le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.

D'après la question précédente, lorsque l'on multiplie deux nombres entiers impairs consécutifs et que l'on ajoute 1, on obtient toujours $4x^2 + 8x + 4$ pour x un nombre entier. On peut factoriser l'expression :

$4x^2 + 8x + 4 = 4 \times x^2 + 4 \times 2x + 4 \times 1$

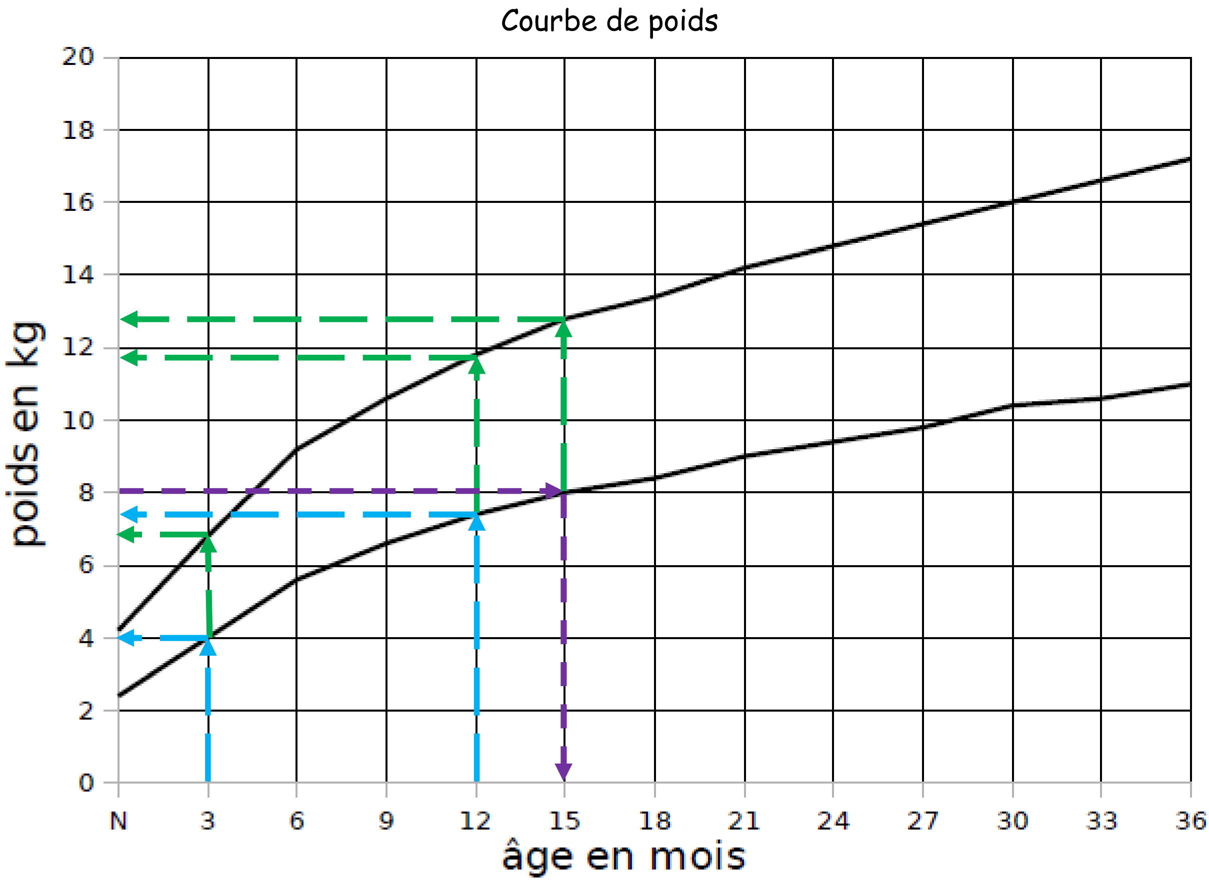
$= 4 (x^2 + 2x + 1)$ qui est un multiple de 4.

Léa avait raison.

Exercice 3 :

/ 6 points (soit 6 x 0,5 + 3 x 1 pts)

Voici un extrait du carnet de santé donné à chaque enfant (*source :* www.sante.gouv.fr).



Les deux courbes indiquent les limites basses et hautes de l'évolution du poids d'un enfant : sa courbe de poids doit a priori se situer entre ces deux courbes.
On appelle f la fonction qui, à un âge en mois, associe le poids minimum en kg et g la fonction qui, à un âge en mois, associe le poids maximum en kg.

1) Complète le tableau suivant par des valeurs approchées lues sur le graphique.

x	3	12	≈15
$f(x)$	≈4	≈7,5	8
$g(x)$	≈7	≈11,75	≈13

2) Que signifie la colonne x = 12 pour la situation ?

Cela signifie qu'à 12 mois, l'enfant doit avoir un poids compris entre 7,5 kg et 11,75 kg.

3) Répondre aux questions suivantes en utilisant la notation mathématique :

a) Quel est l'image de 21 par la fonction f ? $f : 21 \longmapsto 9$ ou encore $f(21) = 9$

b) Quel est l'antécédent de 16 par la fonction g ? $g : 30 \longmapsto 16$ ou encore $g(30) = 16$

Exercice 4 : / 5,5 points (soit 0,5 + 1 + 2 + 2 x 1 pts)

6510 fourmis noires et 4650 fourmis rouges s'allient pour combattre des termites.

La reine des fourmis veut constituer des équipes identiques. Ces équipes contiennent un même nombre de fourmis rouges et un autre nombre de fourmis noires.

1) Toutes les fourmis seront-elles utilisées si la reine décide de constituer :

a) 25 équipes ?

On a 6510 : 25 = 260,4 qui n'est pas un nombre entier donc toutes les fourmis noires ne seront pas utilisées si on fait 25 équipes.

b) 15 équipes ?

On a 6510 : 15 = 434 et 4650 : 15 = 310 Ce sont des nombres entiers donc toutes les fourmis seront utilisées si la reine décide de faire 15 équipes. Et dans chaque équipe, il y aura 434 fourmis noires et 310 fourmis rouges.

2) Quel nombre maximal d'équipes, en utilisant toutes les fourmis, la reine peut ainsi former ?

On doit chercher le plus grand diviseur commun de 6510 et 4650.

Méthode 1 : Algorithme d'Euclide

6510 = 4650 x 1 + 1860

4650 = 1860 x 2 + 930

1860 = 930 x 2 + 0 donc PGCD (6510 ; 4650) = 930

Méthode 2 : Algorithme des soustractions successives

6510 – 4650 = 1860

4650 – 1860 = 2790

2790 – 1860 = 930

1860 – 930 = 930 donc PGCD (6510 ; 4650) = 930

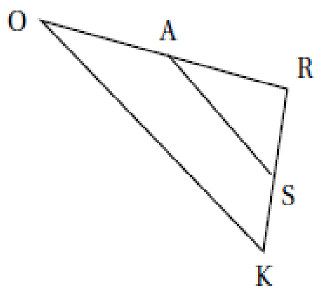
En utilisant toutes les fourmis, la reine peut former au maximum 930 équipes.

3) En déduire alors, le nombre de fourmis rouges et le nombre de fourmis noires qui composent ces équipes.

On a alors 6510 : 930 = 7 fourmis noires par équipe

Et 4650 : 930 = 5 fourmis rouges par équipe.

Exercice 5 : / 7,5 points (soit 3 x 1 + 1 + 1,5 + 1 + 1 pts)



Dans la configuration ci-contre, les droites (SA) et (OK) sont parallèles.

On sait que SA = 5 cm, OA = 3,8 cm, OR = 6,84 cm et KR = 7,2 cm.

1) Les questions de cet exercice ont été effacées, mais il reste ci-dessous des calculs effectués par un élève, en réponse aux questions manquantes.

1. 6,84-3,8=3,04

2. $\frac{5\times 6{,}84}{3{,}04}=11{,}25$

3. *7,2+6,84+11,25=25,29*

a) Pour chacun des calculs précédents, écrire la question à laquelle l'élève a répondu.

1. On remarque que 6,84 est la longueur OR et 3,8 est la longueur OA.

Donc le calcul permet de calculer la longueur AR.

L'élève a répondu à la question : « Calculer la longueur AR. »

2. On remarque qu'il s'agit d'un produit en croix faisant intervenir les longueurs SA, OR et AR dans le triangle ROK avec des points sur deux côtés et une droite passant par ses deux points et parallèle au troisième coté. C'est le théorème de Thalès et la quatrième proportionnelle est la longueur OK.

L'élève a répondu à la question : « Calculer la longueur OK. »

3. On remarque cette somme fait intervenir les longueurs KR, RO et OK qui sont les côtés du triangle ROK. Ce calcul permet d'obtenir le périmètre du triangle ROK.

L'élève a répondu à la question : « Calculer le périmètre du triangle ROK. »

b) Rédiger précisément la réponse pour chaque question.

1. Calculons AR.

Les points O, A et R sont alignés donc on a : AR = OR – OA = 6,84 – 3,8 = 3,04.

Donc AR = 3,04 cm.

2. Calculons OK.

Dans le triangle ROK, on a :

- $A \in [OR]$;
- $S \in [KR]$;
- (SA) // (OK)

Alors d'après le théorème de Thalès : $\frac{RA}{RO} = \frac{RS}{RK} = \frac{AS}{OK}$ soit $\frac{3{,}04}{6{,}84} = \frac{RS}{7{,}2} = \frac{5}{OK}$

D'où $OK = \frac{5 \times 6{,}84}{3{,}04} = 11{,}25$

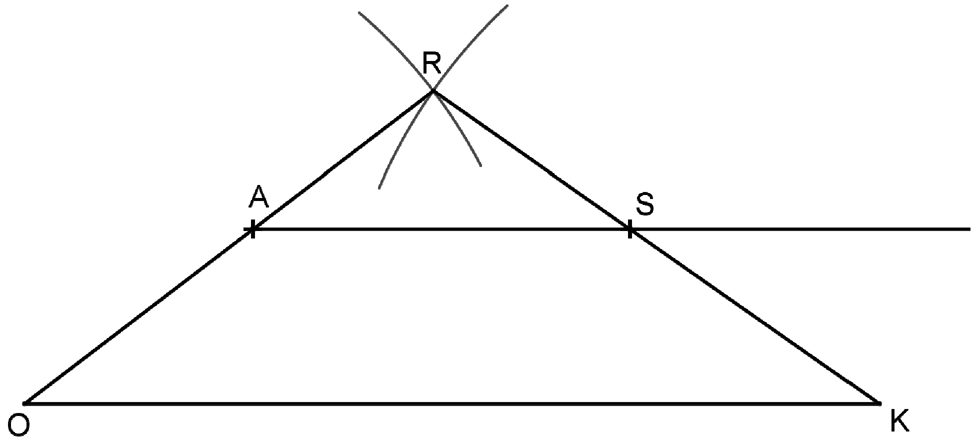
OK = 11,25 cm

3. Calculons le périmètre de ROK.

$\mathcal{P}_{ROK} = RO + OK + RK = 6{,}84 + 11{,}25 + 7{,}2 = 25{,}29$

Donc $\mathcal{P}_{ROK} = 25{,}29$ cm

2) Construire la figure ci-dessus sur votre copie en respectant les dimensions imposées (on prendra $OR \approx 6{,}8$ cm et $11{,}25 \approx 11{,}3$ cm)

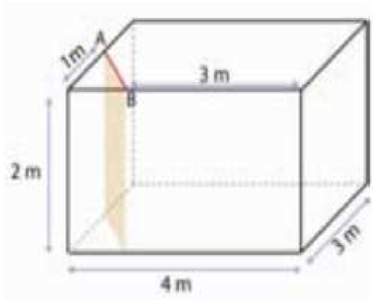


Exercice 6 :

/ 6 points (soit 1 + 0,5 + 2,5 + 2 x 1 pts)

Dans sa chambre (qui a la forme d'un pavé droit), Quentin veut installer un placard d'angle comme indiqué sur la figure ci-contre.

Pour cela, il va placer un rideau tendu à partir des points A et B et qui descend jusqu'au sol.



1) Quelles vont être les dimensions, en mètres, du tissu (arrondi au centimètre près)?

On constate que le rideau placé dans la chambre est rectangle car c'est une section du pavé droit parallèle à une arête.

On connaît alors une dimension du rideau qui est la même que l'arête soit 2 mètres en longueur.

Reste à calculer la largeur AB.

On note C le coin supérieur de la chambre.

Le triangle ABC est rectangle en C et on a AC = 1 m et BC = 4 – 3 = 1 m.

Alors d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AB^2 = AC^2 + BC^2$

$AB^2 = 1^2 + 1^2$

$AB^2 = 1 + 1$

$AB^2 = 2$

$AB = \sqrt{2}$

$AB \approx 1,41$ m

La largeur du rideau est d'environ 1,41 mètre.

2) En déduire le périmètre puis l'aire du rideau.

Calcul du périmètre.

$\mathcal{P} = 2 \times (L + \ell) = 2 \times (1,41 + 2) = 2 \times 3,41 = 6,82$

Le périmètre du rideau est d'environ 6,82 mètres.

Calcul de l'aire.

$\mathcal{A} = L \times \ell = 1,41 \times 2 = 2,82$

L'aire du rideau est d'environ 2,82 mètres carrés.