MATHEMATIQUES

Correction

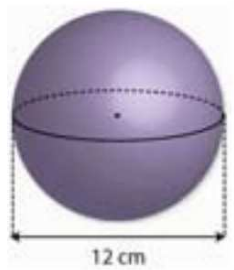
Exercice 1 : / 5points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).

Aucune justification n'est demandée.

Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées. Une seule est exacte.

Une réponse fausse ou une absence de réponse n'enlève aucun point.

1	Quand on double le rayon d'une sphère, son aire est multipliée par …	2	4	8
2	Une vitesse égale à 36 km/h correspond à …	10 m/s	60 m/s	360 m/s
3	Le volume, en cm^3, de la boule ci-contre est égal à … 	2 304 π	288 π	144 π
4	La fonction linéaire f telle que $f(-2) = 4$ a pour coefficient…	2	4	- 2
5	L'équation $4x-3 = 7x+6$ a pour solution	3	$\frac{9}{11}$	- 3

Justification :

1) Le rayon est doublé cela signifie que le coefficient d'agrandissement est 2. Alors l'aire initiale est multipliée par $2^2 = 4$.

2) Convertissons : $36 \text{ km/h} = \frac{36 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{36\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 10 \text{ m/s}$.

3) $V = \frac{4}{3} \times r^3 \times \pi = \frac{4}{3} \times 6^3 \times \pi = \frac{4}{3} \times 216 \times \pi = \frac{4 \times 216}{3} \times \pi = 288\,\pi \text{ cm}^3$.

4) f est linéaire donc elle a la forme $f(x) = ax$. Donc a x (- 2) = 4

$$a = \frac{4}{-2}$$

$$a = -2$$

5) Résolvons l'équation :

$$4x - 3 = 7x + 6$$
$$4x - 3 + 3 = 7x + 6 + 3$$
$$4x = 7x + 9$$
$$4x - 7x = 7x + 9 - 7x$$
$$-3x = 9$$
$$x = \frac{9}{-3}$$
$$x = -3$$

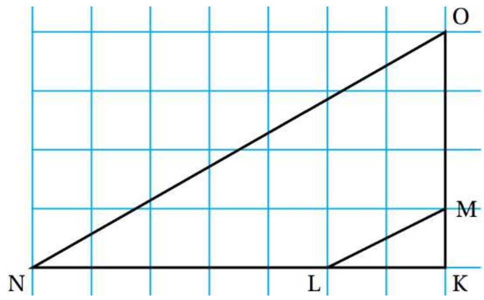
Exercice 2 : / 5 points

Chacune des affirmations suivantes est-elle vraie ou fausse ? Justifier vos réponses.

Affirmation 1 :

Dans ce dessin, les points sont placés sur les sommets d'un quadrillage à maille carrée.

Les droites (ML) et (NO) sont parallèles.



On sait que les droites (OM) et (NL) sont sécantes en K. De plus, $\frac{KM}{KO} = \frac{1}{4}$ et $\frac{KL}{KN} = \frac{2}{7}$.

Comme $\frac{KM}{KO} \neq \frac{KL}{KN}$ alors les droites (ML) et (NO) ne sont pas parallèles.

L'affirmation est donc fausse.

Affirmation 2 :

0 a un seul antécédent par la fonction qui à tout nombre x associe $3x + 5$.

Cela revient résoudre l'équation $3x + 5 = 0$

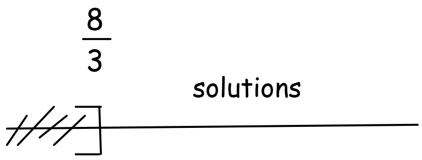
$$3x + 5 - 5 = 0 - 5$$
$$3x = -5$$
$$x = -\frac{5}{3}$$

L'antécédent de 0 par cette fonction est $-\frac{5}{3}$.

L'affirmation est donc vraie.

Affirmation 3 :

L'inéquation $4x + 5 < 7x - 3$ admet des solutions qui s'écrivent :



$$4x + 5 < 7x - 3$$

$$4x + 5 - 7x < 7x - 3 - 7x$$

$$-3x + 5 < -3$$

$$-3x + 5 - 5 < -3 - 5$$

$$-3x < -8$$

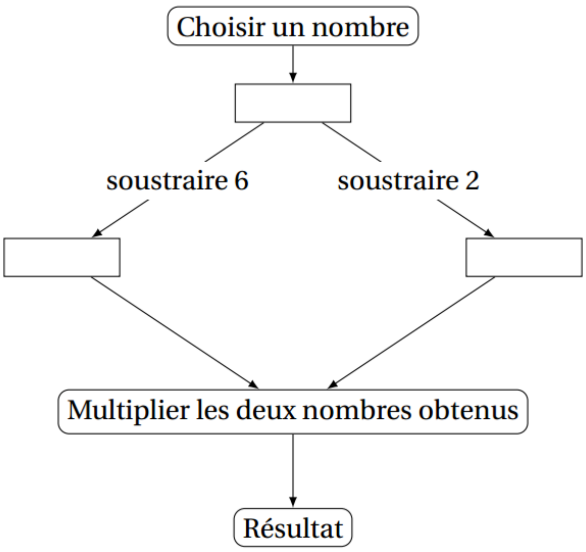
$$\frac{-3x}{-3} > \frac{-8}{-3}$$

$x > \frac{8}{3}$ Les solutions sont tous les nombres supérieurs strictement à $\frac{8}{3}$.

L'affirmation est donc vraie.

Exercice 3 : / **4points**

Voici un programme de calcul :



1) Montrer que si on choisit 8 comme nombre de départ, le programme donne 12 comme résultat.

On a $8 - 6 = 2$ et $8 - 2 = 6$

$6 \times 2 = 12$ Le résultat est bien 12.

2) Peut-on obtenir un résultat négatif ?

Par exemple, si le nombre de départ est 3. On a 3 – 6 = - 3 et 3 – 2 = 1.

- 3 x 1 = - 3 Le résultat est négatif.

(Pour un résultat négatif, il faudrait que l'un des facteurs soit négatif.

Par exemple, si $x - 6 < 0$ alors $x - 2 > 0$ avec x, le nombre de départ.

$x < 6$ $x > 2$

On prendra alors un nombre compris entre 2 et 6 sauf 2 et 6.)

3) Quel est le résultat si on choisit $\frac{1}{2}$ comme nombre de départ ?

On a $\frac{1}{2} - 6 = \frac{1}{2} - \frac{6 \times 2}{1 \times 2} = \frac{1}{2} - \frac{12}{2} = \frac{1 - 12}{2} = -\frac{11}{2}$ et $\frac{1}{2} - 2 = \frac{1}{2} - \frac{2 \times 2}{1 \times 2} = \frac{1}{2} - \frac{4}{2} = \frac{1 - 4}{2} = -\frac{3}{2}$

Et $\left(-\frac{11}{2}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{-11 \times (-3)}{2 \times 2} = \frac{33}{4}$ Le résultat est $\frac{33}{4}$.

4) La fonction qui, au nombre de départ, associe le résultat du programme est-elle une fonction linéaire ?

Soit x le nombre de départ.

Le programme nous donne : $(x - 6)(x - 2)$ qui n'a la forme ax d'une fonction linéaire.

On peut aussi développer pour s'en rendre compte :

$(x - 6)(x - 2) = x \times x - x \times 2 - 6 \times x - 6 \times (-2) = x^2 - 2x - 6x + 12 = x^2 - 8x + 12$

Exercice 4 : / 6points

Léa a besoin de nouveaux cahiers. Pour les acheter au meilleur prix, elle étudie les offres promotionnelles de trois magasins. Dans ces trois magasins, le modèle de cahier dont elle a besoin a le même prix avant promotion.

Magasin A	**Magasin B**	**Magasin C**
Cahier à l'unité ou Lot de 3 cahiers pour le prix de 2.	Pour un cahier acheté, le deuxième est à moitié prix.	30 % de réduction sur chaque cahier acheté.

1) Expliquer pourquoi le magasin C est plus intéressant si elle n'achète qu'un cahier.

Si Léa n'achète qu'un cahier, il n'y a qu'au magasin C qu'elle obtient une réduction dès le premier cahier acheté. Alors qu'aux magasins A et B, elle payera le prix normal.

2) Quel magasin doit-elle choisir si elle veut acheter :

a) deux cahiers ? Soit x le prix d'un cahier.

Dans le magasin A, elle va payer $2x$ €.

Dans le magasin B, elle va payer $x + x : 2 = 1{,}5x$ €.

Dans le magasin C, elle va payer $2 \times (1 - 0{,}30)\, x = 2 \times 0{,}70x = 1{,}4x$ €.

Comme $1{,}4x < 1{,}5x < 2x$, elle doit donc choisir le magasin C.

b) trois cahiers ?

Dans le magasin A, elle va payer $2x$ €.

Dans le magasin B, elle va payer $2x + x : 2 = 2{,}5x$ €.

Dans le magasin C, elle va payer $3 \times (1 - 0{,}30)\, x = 3 \times 0{,}70x = 2{,}1x$ €.

Comme $2x < 2{,}1x < 2{,}5x$, elle doit donc choisir le magasin A.

3) La carte de fidélité du magasin C permet d'obtenir 10 % de réduction sur le ticket de caisse, y compris sur les articles ayant déjà bénéficié d'une première réduction.

Léa possède cette carte de fidélité, elle l'utilise pour acheter un cahier.

Quel pourcentage de réduction totale va-t-elle obtenir ?

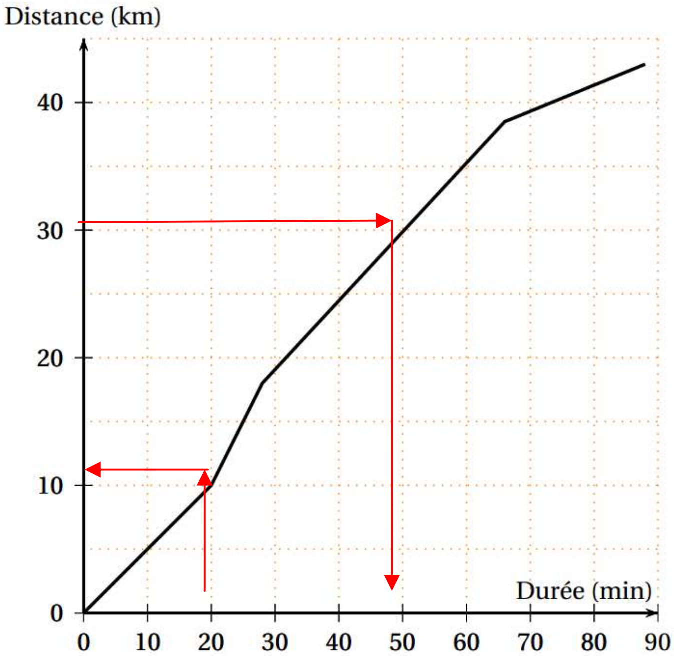
Le coefficient correspond à ces deux réductions est :

$(1 - 0{,}30) \times (1 - 0{,}10) = 0{,}7 \times 0{,}9 = 0{,}63$ et $1 - 0{,}63 = 0{,}37$

Donc le pourcentage de réduction totale est 37 %.

Exercice 5 : / 4 points

Cédric s'entraîne pour l'épreuve de vélo de triathlon.→La courbe ci-dessous représente la distance en kilomètres en fonction du temps écoulé en minutes.



Par lecture graphique, répondre au trois premières questions.

Aucune justification n'est alors demandée.

1) Quelle distance Cédric a-t-il parcourue au bout de 20 minutes ?

Au bout de 20 min, Cédric a parcourue 10 km.

2) Combien de temps a mis Cédric pour faire les 30 premiers kilomètres ?

Pour faire les 30 premiers kilomètres, Cédric a mis 50 minutes.

3) Le circuit de Cédric comprend une montée, une descente et deux portions plates.

Reconstituer dans l'ordre le trajet parcouru par Cédric.

Une portion plate – une descente – une montée – une portion plate.

4) Calculer la vitesse moyenne de Cédric (exprimée en km/h) sur la première des quatre parties du trajet.

60 min ⟶ 1 h

20 min ⟶ ? $\quad ? = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$ h $\quad$ D'où $\quad v = \frac{10}{\frac{1}{3}} = 10 \times 3 = 30$ km/h

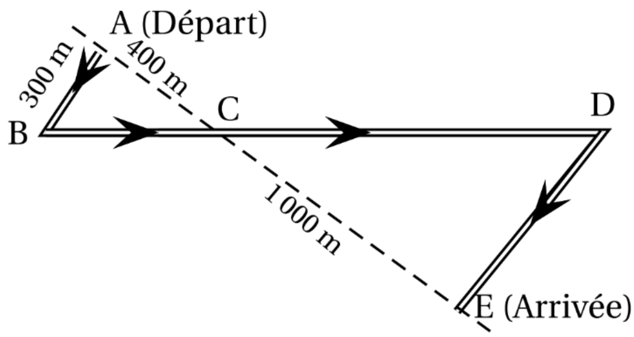
La vitesse moyenne de Cédric sur la première des quatre parties du trajet est 30 km/h.

Exercice 6 : / **7 points**

Des élèves participent à un cross.

Avant l'épreuve, un plan leur a été remis.

Il est représenté par la figure ci-contre.



On convient que :

- Les droites (AE) et (BD) se coupent en C ;
- Les droites (AB) et (DE) sont parallèles ;
- ABC est un triangle rectangle en A.

Calculer la longueur réelle du parcours ABCDE.

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

On sait que la longueur du parcours est égale à : $AB + BC + CD + DE = 300 + BC + CD + DE$

<u>Calculons BC.</u>

Le triangle ABC est rectangle en A. D'après la théorème de Pythagore, on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 300^2 + 400^2$$

$$BC^2 = 90\,000 + 160\,000$$

$$BC^2 = 250\,000$$

$$BC = \sqrt{250\,000}$$

$$BC = 500 \text{ m}$$

<u>Calculons CD et DE.</u>

On sait que les droites (AE) et (BD) se coupent en C et que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

Alors d'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{CB}{CD} = \dfrac{CA}{CE} = \dfrac{AB}{DE}$ soit $\dfrac{500}{CD} = \dfrac{400}{1\,000} = \dfrac{300}{DE}$

Donc $\dfrac{500}{CD} = \dfrac{400}{1\,000}$

$$CD = \frac{500 \times 1000}{400} = \frac{500\,000}{400} = 1\,250 \text{ m}$$

Et $\dfrac{400}{1\,000} = \dfrac{300}{DE}$

$$DE = \frac{300 \times 1000}{400} = \frac{300\,000}{400} = 750 \text{ m}$$

Ainsi, la longueur du parcours est égale à 300 + 500 + 1 250 + 750 = 2 800 m

Exercice 3 :

/ **4 points**

On veut remplir une piscine de 18 m^3 à l'aide d'un robinet dont le débit est de 2,4 m^3/h.

1°) Combien de temps faut-il pour remplir complètement cette piscine ?

$2{,}3 \text{ m}^3 \longrightarrow 1 \text{ h}$

$18 \text{ m}^3 \longrightarrow ?$

$$? = \frac{18}{2{,}4} = 7{,}5 \text{ h} \quad \text{et} \quad 7{,}5 \text{ h} = 7 \text{ h} + 0{,}5 \text{ h} = 7 \text{ h } 30 \text{ min}$$

Pour remplir la piscine, il faut 7 h 30 min.

2°) Sachant que 1L = 1dm^3, calcule le débit du robinet en L/min.

$$\frac{2{,}4 \text{ m}^3}{1 \text{ h}} = \frac{2\,400 \text{ dm}^3}{60 \text{ min}} = \frac{2\,400 \text{ L}}{60 \text{ min}} = 40 \text{ L/min}$$

Le débit du robinet est de 40 L/min.