

Sujet 13

Ensemble des sommets d'une famille de paraboles

Académie de Martinique

Soit m un réel quelconque. On désigne par \mathcal{P}_m la parabole d'équation :

$$y = -x^2 + 4mx + 1.$$

1. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, représenter les paraboles \mathcal{P}_0 , \mathcal{P}_1 , \mathcal{P}_{-1} ainsi que leurs sommets.

Appeler l'examineur pour vérification

2. À l'aide du logiciel, créer un curseur m , pour m variant de -10 à 10 avec un pas de $0,1$.
3. Représenter alors la parabole \mathcal{P}_m et son sommet S_m .
4. Observer les positions du point S_m lorsque m varie. Quelle courbe semble décrire le point S_m ?

Appeler l'examineur pour vérification

6. Résoudre l'équation $-x^2 + 4mx + 1 = 1$.
On note A et B les points de \mathcal{P}_m dont les abscisses sont les solutions de l'équation précédente.
7. Déterminer les coordonnées de A et B ainsi que de leur milieu I .
8. En déduire l'équation de l'axe de symétrie de \mathcal{P}_m , puis les coordonnées de S_m .
9. Valider alors la conjecture émise à la question 4.

Appeler l'examineur pour vérification