

Sujet 5 — Fiche professeur

Étude d'un ensemble de points mobiles

Académie de Martinique

Situation

Le but de l'exercice est d'étudier un lieu géométrique (une hyperbole), lieu des points M lorsque H varie.

Compétences évaluées

1. **Compétences TICE**

- Utiliser un logiciel de géométrie dynamique
- Émettre une conjecture.

2. **Compétences mathématiques**

- Trigonométrie élémentaire.
- Théorème de Pythagore.
- Équation de la courbe représentative d'une fonction.

Modalités d'évaluation

On ne cherchera pas à noter chacune des compétences. Pour établir la note finale on prendra en compte les performances globales du candidat en respectant la grille de lecture suivante :

- La capacité à expérimenter (qui prend en compte les performances dans l'utilisation des outils et la faculté de proposer des conjectures) doit représenter les trois quarts de la note finale.
- La capacité à rendre compte des résultats établis à partir de cette expérimentation (démonstration, argumentation ...) représentera le quart restant.
- La capacité à prendre des initiatives et à tirer profit des échanges avec l'examineur sera globalement prise en compte de façon substantielle.
- Il n'est pas nécessaire qu'une compétence soit totalement maîtrisée pour être considérée comme acquise.

L'élève est capable, avec une aide éventuelle, de réaliser une figure sur un logiciel de géométrie dynamique	
En exploitant les fonctionnalités de son logiciel l'élève est capable d'émettre des conjectures.	
L'élève tire profit des indications éventuellement données à l'oral : aides logicielles pour la réalisation ou autres.	
L'élève est capable de concevoir une démarche pour prouver la conjecture émise.	
L'élève est capable de mettre en oeuvre cette démarche.	

Éléments de correction

- Dans le triangle OAB , rectangle en A : $\cos(\widehat{AOB}) = \frac{OA}{OB}$.
- Dans le triangle OAH , rectangle en H : $\cos(\widehat{OAH}) = \frac{OH}{OA}$.
- Comme $\widehat{AOB} = \widehat{OAH}$, on en déduit que $\frac{OA}{OB} = \frac{OH}{OA}$ d'où : $OB = \frac{OA^2}{OH}$.
- En posant $x = OH$, on a $OA^2 = x^2 + 1$ d'après le théorème de Pythagore, donc $OB = x + \frac{1}{x}$, puis $B\left(x + \frac{1}{x}; 0\right)$.
- On a alors $HM = HB = \frac{1}{x}$, d'où $M\left(x; \frac{1}{x}\right)$.