

« On mémorise mieux ce qu'on a compris que ce qu'on n'a pas compris. »

Roland Charnay, professeur de mathématiques en IUFM



Enseigner le calcul mental au quotidien au cycle 3

BARTHOLET Emma CPC/RMC
CAUVER Noémie ERUN

Le 2 Février 2022

A dark grey arrow points to the right from the top left. Several thin, curved lines in shades of blue and grey originate from the left side and sweep across the page towards the right.

Plan

- Objectifs
- Représentations
- « Vrai-faux »
- Le cadre institutionnel
- Le vocabulaire
- Les gestes professionnels
- Recherche de procédures
- Enjeux
- Points de vigilance



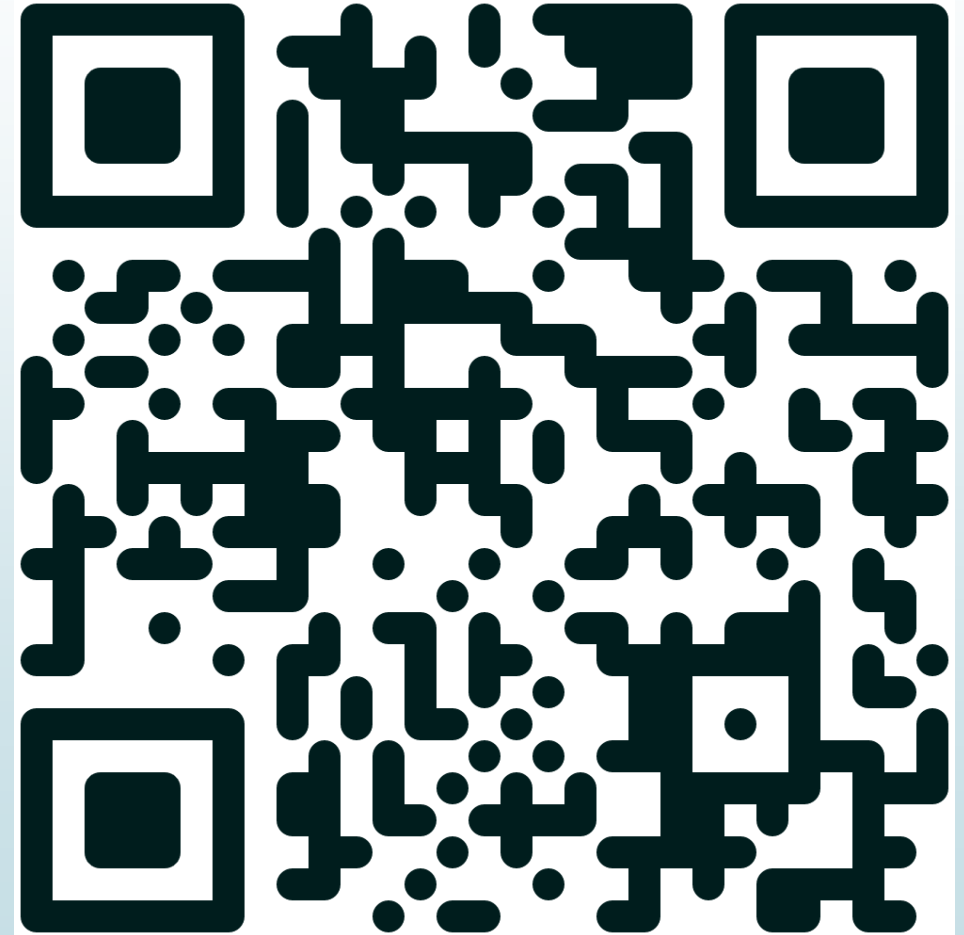
Objectifs

- Partager un vocabulaire commun
- Identifier les enjeux du calcul **mental**
- Identifier des leviers pour accompagner un enseignement optimisé en calcul mental visant l'acquisition par tous les élèves du sens des opérations ainsi que des connaissances de faits numériques incontournables et de procédures de calcul efficaces



5

Donnez trois mots pour définir le calcul mental ?



procédures procédure

mémorisation

rapidité

stratégies

recherche

stratégie mémoire

mobilisation

cheminement automatisations

rapide et efficace



entraînement régulier

faits numériques

A votre avis ?








- 1. Le calcul mental s'appuie uniquement sur la mémoire.
- 2. Lors de séances de calcul mental, seul le résultat peut être écrit.
- 3. Le calcul mental permet de préparer la résolution de problèmes.

 Vrai	 Faux
Faux	X
	X
X	



A votre avis ?

- ➔ 4. Au CM1. A partir de la période 3 les élèves apprennent à multiplier et à diviser par 10 des nombres décimaux
- ➔ 5. Au CM2. En période 4 les élèves apprennent à multiplier un nombre décimal (entier ou non) par 5 et par 50.
- ➔ 6. Le calcul en ligne permet une mise en œuvre implicite des propriétés des nombres et des opérations en jeu.

 Vrai	 Faux
Faux 	
	
	

Ce que sait faire l'élève

Calcul mental et calcul en ligne

- L'élève mémorise les premiers multiples de 25 et de 50.
- Il multiplie et divise par 10 des nombres décimaux.
- Il recherche le complément au nombre entier supérieur. Il stabilise sa connaissance des propriétés des opérations (ex : $12 + 199 = 199 + 12$; $45 \times 21 = 45 \times 20 + 45$; $6 \times 18 = 6 \times 20 - 6 \times 2$)
- Il connaît les critères de divisibilité par 2, 5 et 10.
- Il vérifie la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant un ordre de grandeur.

Calcul posé

- Les élèves apprennent les algorithmes :
 - de l'addition, de la soustraction de deux nombres décimaux ;
 - de la division euclidienne de deux nombres entiers (ex : dans la division euclidienne de 125 par 4, le quotient est 31 et le reste est 1).



POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

MATHÉMATIQUES > Attendus de fin d'année de CM1

Exemples de réussite

La typologie de situations proposées est exploitable tant avec les nombres entiers qu'avec les nombres décimaux.

- ♦ Il produit des suites de nombres de type 25 - 50 - 75 - ... - ... ; 50 - 100 - 150 - ... - ...
Il écrit tous les multiples de 25 compris entre 0 et 300. Il complète des tableaux de multiples.
- ♦ Il calcule des produits ou des divisions de type 56×10 ; 45×10 ; 36×10 ; $3,6 \times 10$; $3,06 \times 10$ ou $56 : 10$; $3,06 : 10$.
- ♦ Il réalise des calculs tels que $12 + 199 = 199 + 12 = 200 + 12 - 1$; $45 \times 21 = 45 \times 20 + 45$.
- ♦ Il réalise des calculs tels que $368 : 2$; $500 : 2$; $75 : 5$; $1\ 200 : 5$.



Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux

Ce que sait faire l'élève

Calcul mental et calcul en ligne

- L'élève connaît les premiers multiples de 25 et de 50.
- Il multiplie par 5, 10, 50 et 100 des nombres décimaux.
- Il divise par 10 et 100 des nombres décimaux.
- Il recherche le complément au nombre entier supérieur. Il connaît quelques propriétés des opérations (par exemple : $12 + 199 = 199 + 12$; $45 \times 21 = 45 \times 20 + 45$; $6 \times 18 = 6 \times 20 - 6 \times 2$).



POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

MATHÉMATIQUES > Attendus de fin d'année de CM2

- Il connaît les critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9 et 10.
- Il utilise les principales propriétés des opérations pour des calculs rendus plus complexes par la nature des nombres en jeu, leur taille ou leur nombre.
- Il vérifie la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant un ordre de grandeur.

Calcul posé

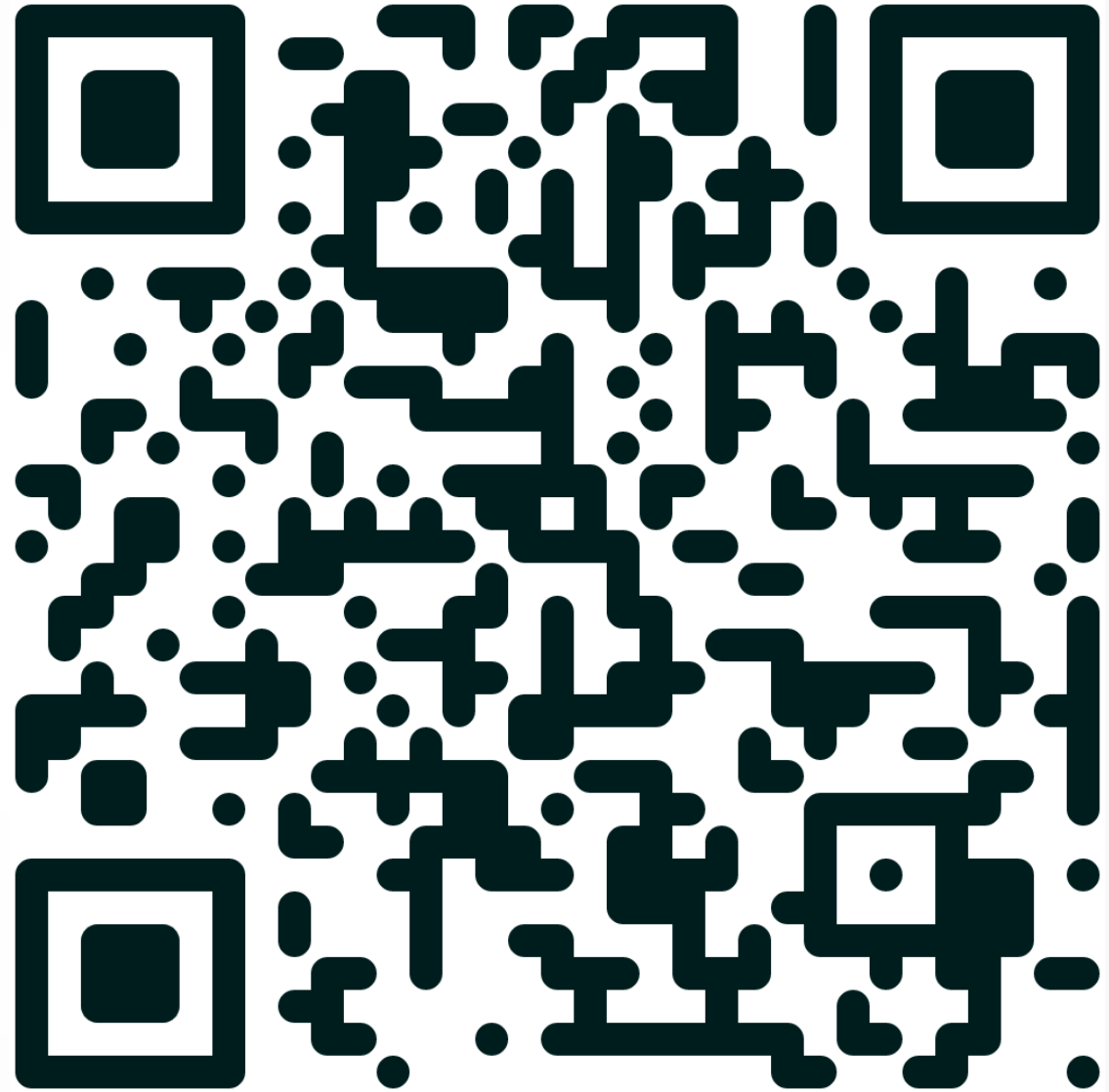
- Les élèves apprennent les algorithmes :
 - de l'addition et de la soustraction de deux nombres décimaux ;
 - de la multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier ;
 - de la division euclidienne de deux nombres entiers (quotient décimal ou non. Par exemple, $10 : 4$ ou $10 : 3$) ;
 - de la division d'un nombre décimal par un nombre entier.

Exemples de réussite

La typologie de situations proposées est exploitable tant avec les nombres entiers qu'avec les nombres décimaux.

- ♦ Il entoure les multiples de 25 et/ou de 50 dans une liste.
- ♦ Il calcule des produits ou des divisions de type 45×100 ; $3,6 \times 100$; $3,06 \times 100$; $56 : 100$; $3,06 : 100$; 24×50 ; $2,4 \times 50$

Analyse de
pratiques
« activités et
les gestes
professionnels » :
VIDEO



https://padlet.com/cetrinite972/APC3_CM

Inscrivez les gestes professionnels que vous avez repérés et les compétences travaillées:

Gestes professionnels

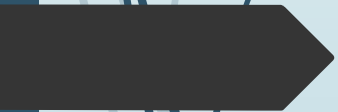
Compétences travaillées

--	--

S'entendre sur le vocabulaire



- Faits numériques
- Calcul mental
- Calcul en ligne
- Calcul posé



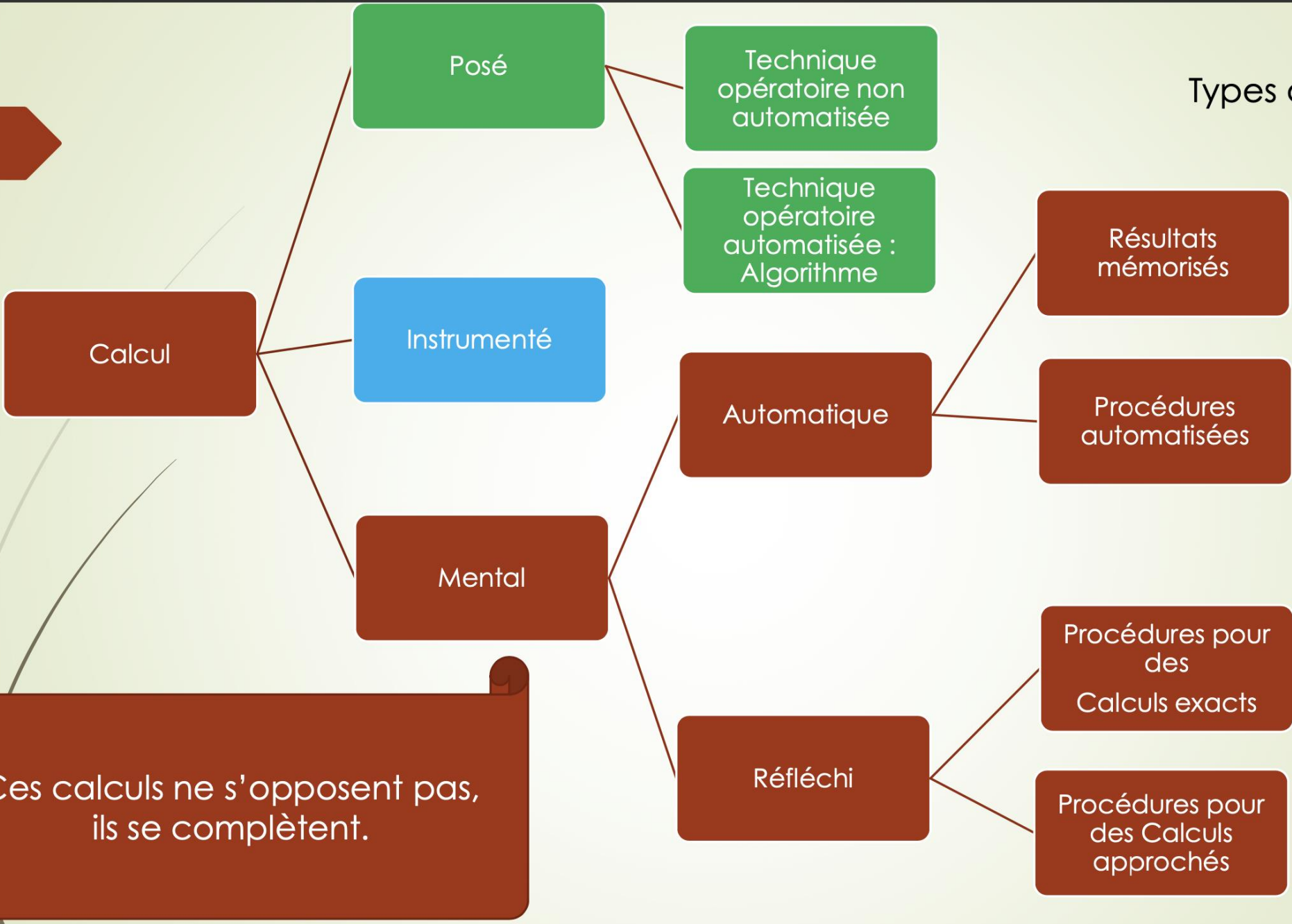
Faits numériques

Calcul mental

Calcul en ligne

Calcul posé

Types de calculs.



Ces calculs ne s'opposent pas, ils se complètent.

Les 3 composantes du calcul mental

- Tables d'addition
- Tables de multiplication
- Double - moitié
- Quadruple - quart
- Triple - tiers
- Relations entre 5-10-15-20-25-50-100 et 15-30-60
- Multiples de 5-10-15-20-25-50-100
-

Mémorisation
des faits
numériques

Automatisation
des
procédures

- Décomposition canonique
- Décomposition additive
- Décomposition soustractive
- Décomposition multiplicative
- Estimation de grandeur
- Distributivité
- Associativité
- Commutativité
- Complément à la dizaine, centaine, ...
- Multiplier par 10, 100, 1 000
- Diviser par 10, 100, 1 000
- Ajouter/Soustraire 10, 100, 1 000 et leurs multiples
- Ajouter 9
- ...

Habiletés dans la
décomposition des
nombres

$$12 = 10 + 2$$
$$12 = 2 \times 6$$
$$12 = 2 \times 2 \times 3$$
$$9 = 10 - 1$$
$$25 = 100 / 4$$

Les enjeux du calcul mental

1. Développer des habiletés calculatoires et des connaissances numériques

→ Produire des faits numériques (tables) par récupération en mémoire ou reconstruction instantanée.

→ Utiliser des procédures élémentaires : compléments à la dizaine, \times par 10, $+9$, -9 ...

→ Mettre en œuvre des procédures variées qui utilisent les propriétés des nombres pour résoudre des problèmes oraux.

Les enjeux du calcul mental

2. Développer des capacités de résolution de problèmes

- Automatiser des calculs pour libérer de l'espace mental pour la résolution de problèmes.
- Connaître une grande variété de procédures pour développer les capacités d'initiative lors de la résolution de problèmes
- Connaître les nombres et les calculs élémentaires pour remplacer des données par des nombres plus « familiers »

3. Développer le calcul approché

- Prévoir et contrôler la vraisemblance d'une réponse
- Pour l'utiliser dans la vie courante



ATELIER

Recherche de procédures

Travail en atelier



ATELIER 1:
un calcul
additif

$$45 + 17$$

ATELIER 2:
un calcul
soustractif

$$31 - 18$$

ATELIER 3:
un calcul
multiplicatif

$$12 \times 25$$

- Faites ce calcul et notez toutes les procédures effectuées.

Les procédures de l'addition

$$45 + 17 =$$

$$45 + 10 + 7 =$$

$$55 + 7 = 62$$

A

$$45 + 17 =$$

$$45 + 5 + 12 =$$

$$50 + 12 = 62$$

B

$$45 + 17 =$$

$$40 + 5 + 10 + 7 =$$

$$50 + 12 = 62$$

C

$$45 + 17 =$$

$$45 + 15 + 2 =$$

$$60 + 2 = 62$$

D

$$45 + 17 =$$

$$45 + 20 - 3 =$$

$$65 - 3 = 62$$

E

$$45 + 17 =$$

$$2 + 43 + 17 =$$

$$2 + 60 = 62$$

F

Enseigner les procédures

Décomposition du 2nd nombre

$$A: 45 + 17 = 45 + (10 + 7) = 55 + 7 = 62$$

$$D: 45 + 17 = 45 + (15 + 2) = 60 + 2 = 62$$

Décomposition du 1^{er} nombre

$$F: 45 + 17 = (2 + 43) + 17 = 2 + 60 = 62$$

Passage à la dizaine supérieur

$$B: 45 + 17 = 45 + 5 + 12 = 50 + 12$$

Enseigner les procédures

Décomposition des 2 nombres

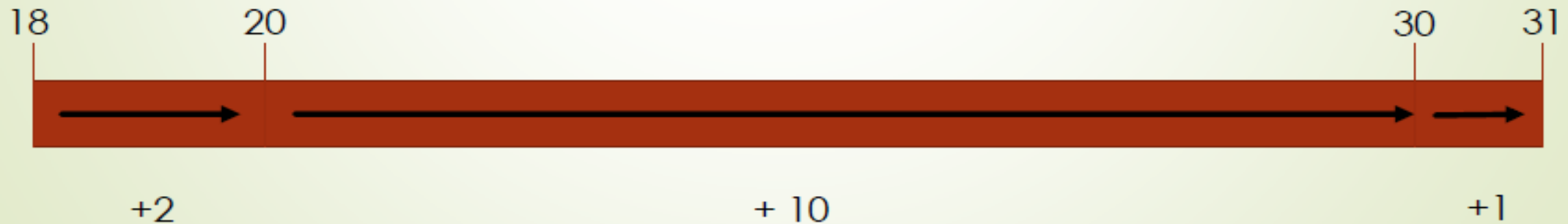
$$C : 45 + 17 = (40 + 5) + (10 + 7) = 50 + 12 = 62$$

Ajout de dizaines et soustractions (pivotement)

$$E : 45 + 17 = 45 (+20 - 3) = 65 - 3 = 62$$

Les procédures de la soustraction

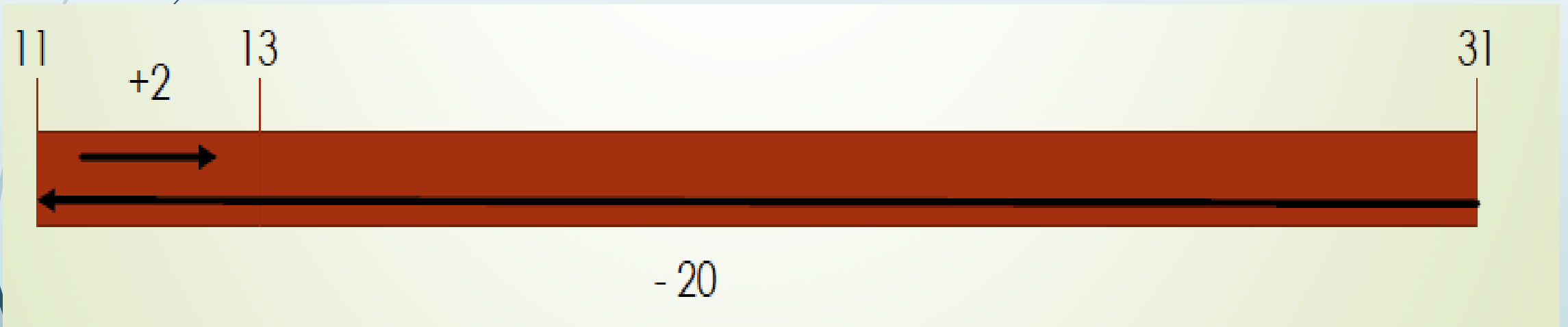
- **Décomposition et jalonnement** : calcul de l'écart en avançant par bond et en passant par des nombres ronds.
- $31 - 18$: pour aller à 31 en partant de 18
- De 18 à 20, de 20 à 30 et de 30 à 31 $\rightarrow 2 + 10 + 1$



Les procédures de la soustraction

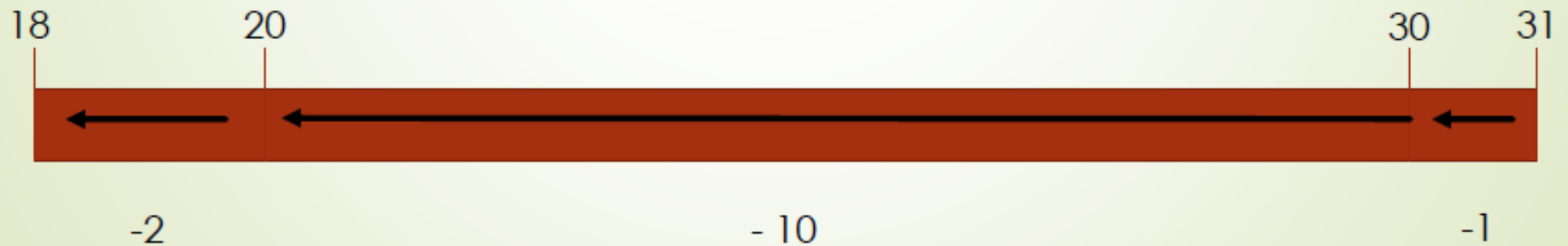
► **Pivotement : enlever trop et ajuster.**

► $31 - 18 = 31 - 20 + 2$



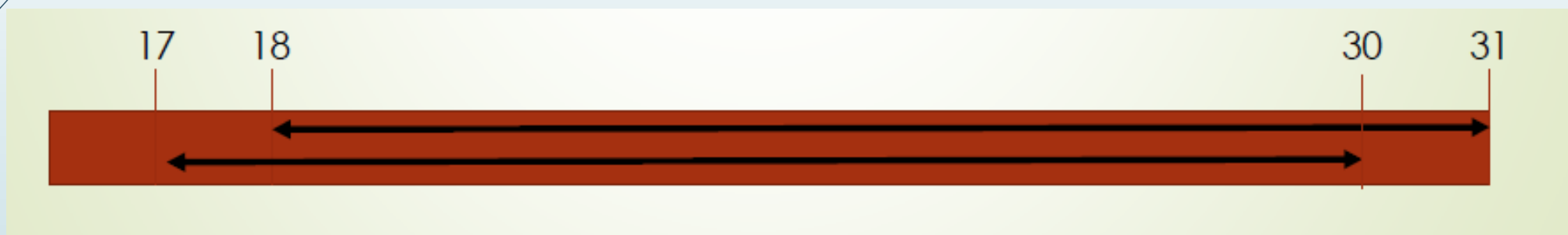
Les procédures de la soustraction

- **Décomposition** : calcul de l'écart en reculant par bond et en décomposant le second terme.
- $31 - 18 = ?$
- $31 - 1 - 10 - 2 - 5 = 13$



Les procédures de la soustraction

- **Décalage** : c'est comme.
- $31 - 18$ c'est comme $30 - 17 = 13$



Synthèse des procédures d'un calcul multiplicatif

Les procédures qui :

-mobilisent **la décomposition multiplicative de l'un des facteurs** et l'associativité

$$12 \times 25 = (3 \times 4) \times 25 = 3 \times (4 \times 25)$$

$$12 \times 25 = 12 \times (100 \div 4) = (12 \div 4) \times 100$$

- mobilisent **la décomposition multiplicative des deux facteurs** et l'associativité

$$12 \times 25 = (3 \times 4) \times (5 \times 5) = 3 \times (4 \times 5) \times 5 = 3 \times (20 \times 5)$$

-mobilisent **la décomposition additive de l'un des deux facteurs**

et la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition

$$12 \times 25 = (10 + 2) \times 25 = 10 \times 25 + 2 \times 25$$

$$12 \times 25 = 12 \times (20 + 5) = 12 \times 20 + 12 \times 5$$

- Des séances courtes et quotidiennes ayant deux objectifs :
 - entraîner au calcul (mémorisation, automatisation)
 - accroître les performances
- Des séances plus longues visant à enrichir l'espace des procédures
 - explicitation de procédures
 - Comparaison voire introduction de nouvelles procédures
 - institutionnalisations « souples »
- NB : on peut aussi mettre en place d'autres formes de séances
 - ménageant des moments de différenciation,
 - travaillant la résolution mentale de problèmes

Ce que doit/devrait être une séance de calcul mental

FORME :

Quotidienne,

Rythmée,

Interactive, gérée par le maître/**ou** les E,

M dynamique,

Ludique,

Ritualisée (répétition des jeux),

Outils de l'élève (ardoise, cartes, cahier mémoire...),

Affichages collectifs

FOND :

Place de l'erreur !

Métacognition et évolution des stratégies = échanges/interactions

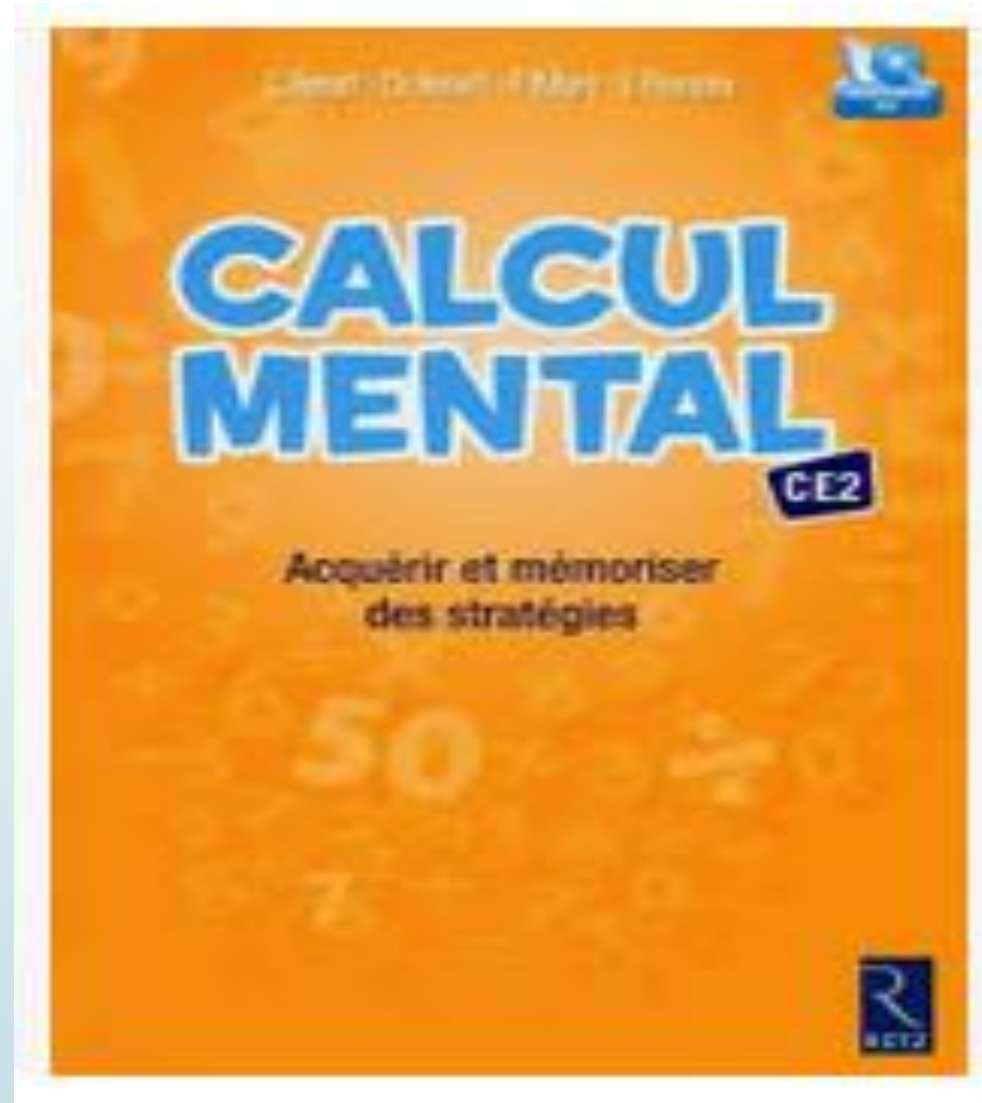
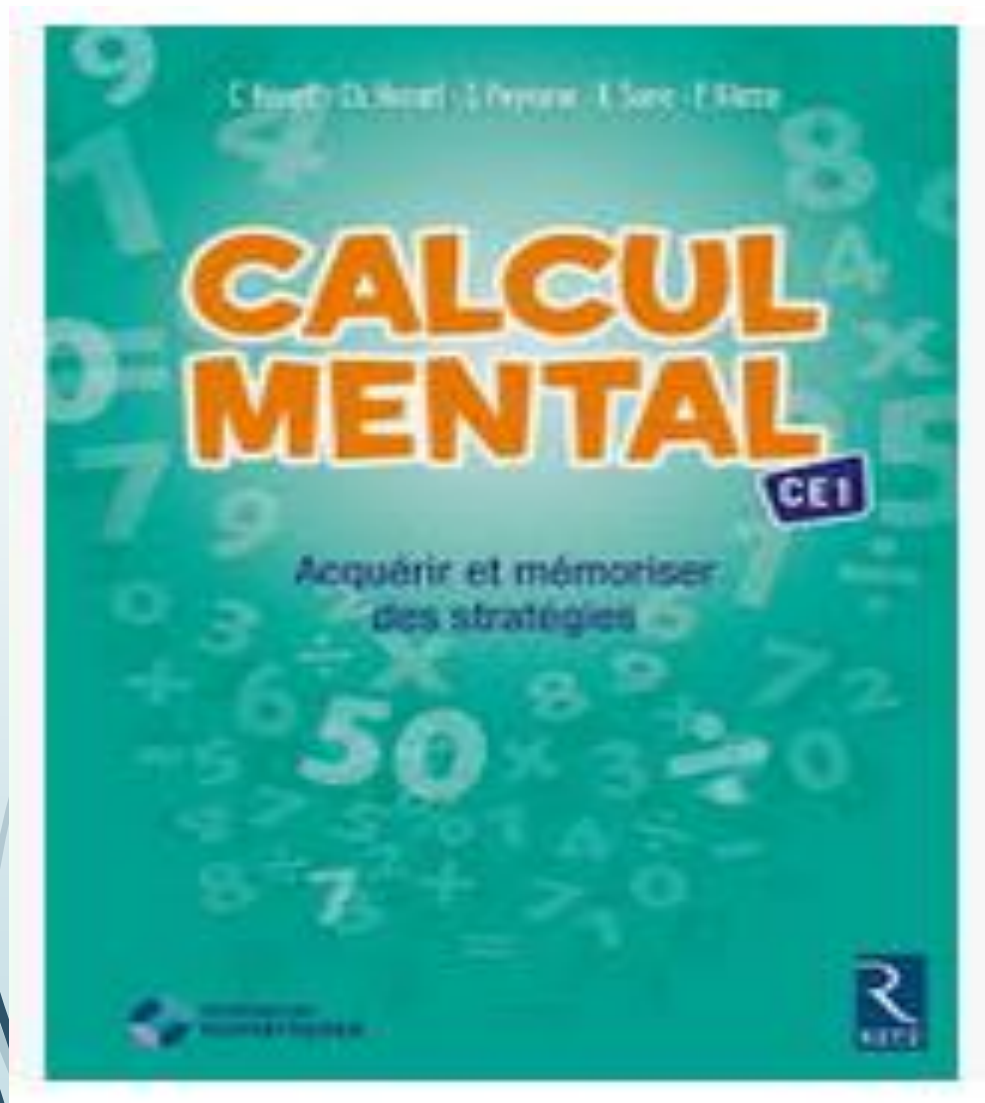
Procédures personnelles/ efficaces

Les champs concernés :

Calcul/Opération, Numération et résolution de problèmes

mais aussi langage, logique, réflexion, concentration, écoute, socialisation,

transfert



Un exemple de séance de découverte en CE1 Le complément à 100

Déroulement (45 min)

- **Rappels** : décompositions de 10
 - **Echauffement** : trouver la dizaine supérieur d'un nombre à deux chiffres
trouver le complément à la dizaine supérieur d'un nombre à deux chiffres
 - **Recherche** : J'achète un pantalon à 84 € avec un billet de 100 €
Combien va me rendre le vendeur ?
 - **Mise en commun** : Toutes les procédures sont explicitées et les correctes sont acceptées.
 - **Institutionnalisation** :
 - Toutes les procédures correctes sont notées et hiérarchisées en fonction de leur coût
 - **Ré-explicitation** à l'oral de la procédure la plus efficace : **Comment trouver 16 ?**
pour aller de 84 à 90 : 6 et pour aller de 90 à 100 : 10
 - **Modélisations** : - **droite numérique** : étape 1 : recherche du complément à la dizaine supérieure
étape 2 : recherche du complément à 100
- | | |
|-----------------------|---------------------|
| - écriture symbolique | $84 + 6 + 10 = 100$ |
| : | 90 |
- **Entraînements** : - **1^{ière} phase** : entraînement à l'écrit avec supports
(droite numérique ou écriture symbolique à trous) et explicitation au tableau.
 - **2^{ième} phase** : entraînement piloté avec le procédé de la Martinière : nombre donné, (étape 1...étape 2) puis résultat
 - **Synthèse-bilan** : reformulation de la procédure avec un dernier/autre exemple.

Un exemple de trace écrite en CE1

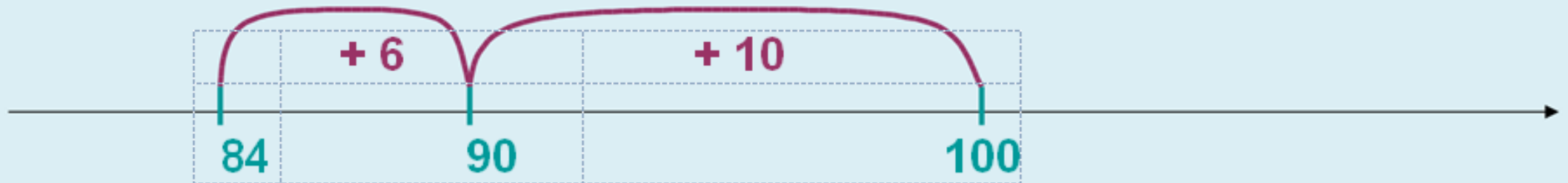
Le complément à 100

Contenu

- **Titre** : Comment trouver le complément à 100 d'un nombre ?
- **Le problème de recherche de référence**: J'achète un pantalon à 84 € avec un billet de 100 € Combien va me rendre le vendeur ?
- **Les procédures correctes hiérarchisées.**
- **L'explicitation de la procédure experte** : passage à la dizaine supérieure pour aller de 84 à 90 : 6 et pour aller de 90 à 100 10 donc **résultat** : 16

Modélisations :

- droite numérique :



- écriture : $84 + 6 + 10 = 100$
90



MERCI DE VOTRE
ATTENTION