Pour les élèves ayant choisi spécialité mathématiques en première :

Ce travail est à faire pendant les vacances, **une trace écrite de ce travail est attendue le jour de la prérentrée** afin de la proposer à vos professeurs respectifs.

1) Calcul numérique :

- Puissances

Voici quelques exemples de calcul avec les puissances. Après étude de ces exemples, rappeler les formules de calcul et proposer d'autres exemples.

$2^3 \times 2^5 = 2^8$

$\frac{3^6}{3^3} = 3^3$

$\frac{(-1)^2 \times 4^2}{(-4)^5} = \frac{(-1 \times 4)^2}{(-4)^5} = \frac{(-4)^2}{(-4)^5} = (-4)^{-3} = \frac{1}{(-4)^3} = \frac{1}{-4^3}$

- Priorités opératoires

$A = 3 \times (1-3)^2 - 2^3 \times \frac{3}{2} = 3 \times (-2)^2 - \frac{2^3 \times 3}{2} = 3 \times 4 - 2^2 \times 3 = 12 - 12 = 0$

Rappeler la méthode puis proposer des applications

- Fractions

$\frac{2}{5} + \frac{7}{4} = \frac{8}{20} + \frac{35}{20} = \frac{43}{20}$

$\frac{2}{5} \times \frac{7}{4} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10}$

Rappeler les règles de calcul avec les fractions, puis proposer des exemples.

- Racines carrées

$\sqrt{24} = \sqrt{4 \times 6} = \sqrt{4} \times \sqrt{6} = 2\sqrt{6}$

$\sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{49}} = \frac{4}{7}$

Écrire en fonction de $\sqrt{3}$, $A = \sqrt{12} - 7\sqrt{27} + \sqrt{3}$

$A = \sqrt{12} - 7\sqrt{27} + \sqrt{3} = \sqrt{4 \times 3} - 7\sqrt{9 \times 3} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 7 \times 3\sqrt{3} + \sqrt{3} = -18\sqrt{3}$

Chercher les règles de calcul avec les racines carrées, puis proposer d'autres exemples de calcul.

2) Calcul littéral

- Développer

$(2x+1)^2 - 4(x+3) = 4x^2 + 4x + 1 - 4x - 12 = 4x^2 - 11$

- Factoriser

$(x+3)(4x-1) + (2x-5)(x+3) = (x+3)(4x-1+2x-5) = (x+3)(6x-6)$

$(2x-1)^2 - 49 = (2x-1)^2 - 7^2 = (2x-1-7)(2x-1+7) = (2x-8)(2x+6)$

Rappeler les règles de développement, factorisation et les identités remarquables, puis traiter quelques exemples.

3) Équations

Voici des exemples de résolutions d'équations : vous devez vérifier que vous savez résoudre de telles équations en reprenant les étapes de la démarche puis vous faites des exemples de votre choix.

Pour a différent de 0 :

$$\boldsymbol{ax + b = 0}$$

On ajoute $(-b)$ aux deux membres de l'égalité)

$$\boldsymbol{ax = -b}$$

On divise par a les deux membres de l'égalité

$$\boldsymbol{x = -\frac{b}{a}}$$

a) premier degré

a. $2x + 3 = 0$

$\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$

b. $3x - 4 = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$

c. $-2x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

d. $-5x - 7 = 0$

$\Leftrightarrow x = -\frac{7}{5}$

e. $2 - 9x = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{2}{9}$

f. $\frac{3}{7}x + 2 = 0$

$\Leftrightarrow x = -\frac{14}{3}$

g. $-\frac{1}{4}x + \frac{2}{3} = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{8}{3}$

h. $-\frac{3}{4}x + \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

$\Leftrightarrow x = \frac{2}{9}$

i. $5x - 3 = 7 - x$

$\Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$

b) Equation-produit (se ramenant au premier degré)

$(x - 1)(3x + 8) = 0$

$\Leftrightarrow x = 1 \; ou \; x = -\frac{8}{3}$

c) Cas $x^2 = a$

a. $x^2 = 4$

$\Leftrightarrow x = -2 \; ou \; x = 2$

b. $x^2 = 3$

$\Leftrightarrow x = -\sqrt{3}$ ou $x = \sqrt{3}$

c. $x^2 = -25$

S = ∅ car un carré réel est toujours positif

d. $2x^2 = 16$

$\Leftrightarrow x^2 = 8$

$\Leftrightarrow x = -\sqrt{8}$ **ou** $x = \sqrt{8}$

$\Leftrightarrow x = -2\sqrt{2}$ **ou** $x = 2\sqrt{2}$

4) Inéquations du premier degré

Voici des exemples de résolutions d'inéquations : vous devez vérifier que vous savez résoudre de telles inéquations en reprenant les étapes de la démarche ; puis vous faites des exemples de votre choix.

$$\boldsymbol{ax + b \geq 0}$$

On ajoute $(-b)$ aux deux membres de l'égalité)

$$\boldsymbol{ax \geq -b}$$

Étape maintenant très importante : on divise par a les deux membres de l'inégalité : il y a deux cas selon le SIGNE de a : si a>0 l'ordre ne change pas mais si a<0 alors l'ordre change

$\boldsymbol{x \geq -\frac{b}{a}}$ **pour a > 0 ou** $x \leq -\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{a}}$ **pour a < 0**

a. $3x + 1 \geq 0$

$x \geq -\frac{1}{3}$ $donc\ S = \left[-\frac{1}{3}; +\infty\right[$

b. $2x - 3 < 0$

$x < \frac{3}{2}$ $donc\ S = \left]-\infty; \frac{3}{2}\right[$

c. $-2x + 5 > 0$

$\Leftrightarrow x < \frac{5}{2}$ $donc\ S = \left]-\infty; \frac{5}{2}\right[$

L'ordre change car on divise par un nombre négatif

d. $-4x - 3 \leq 0$

$\Leftrightarrow x \geq -\frac{3}{4}$ $donc\ S = \left[-\frac{3}{4};\ +\infty\right[$

5) FONCTIONS AFFINES

1) A) Donner les variations de la fonction f(x) = 3x + 5.

La fonction f est une fonction affine, 3 est le coefficient directeur et est positif donc f est croissante sur $\mathbb{R}$.

B) Tracer la représentation graphique de f.

MÉTHODE 1

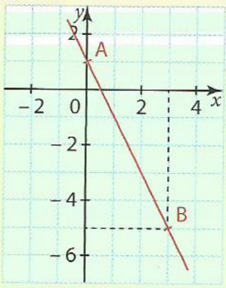
On détermine deux points de *d*

On *choisit* deux valeurs de x, comme on le veut.
Par exemple, si on choisit $x = 0$ et $x = 3$, on calcule :

$f(0) = -2 \times 0 + 1 = 1$

$f(3) = -2 \times 3 + 1 = -5$

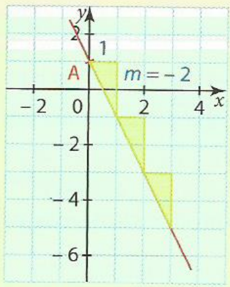
La droite d passe par les points A(0 ; 1) et B(3 ; −5)



MÉTHODE 2

On interprète *m* et *p*

On identifie :
– **l'ordonnée à l'origine** $p = 1$.
d coupe donc l'axe des ordonnées en A(0 ; 1)
– **la pente** $m = -2$: quand x augmente de 1, y varie de −2.
En partant de A, on peut placer un autre point de d (et plein d'autres) puis tracer d.



C) Donner le signe de f :

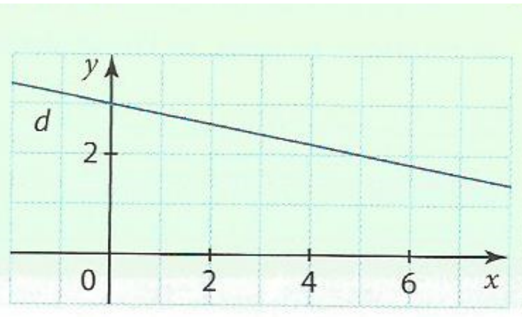
✓ je résous 3x + 5 = 0 ; 3x = − 5 ; x = $\frac{-5}{3}$ donc $\frac{-5}{3}$ est racine de 3x + 5.

✓

x	− ∞	$\frac{-5}{3}$	+ ∞
3x + 5	−	0	+

Le coefficient directeur est 3, positif donc la fonction est négative sur]-∞ ; $\frac{-5}{3}$ [et positive sur] $\frac{-5}{3}$; + ∞[.

2)



La droite d ci-contre représente une fonction affine f.

1. Déterminer l'expression de f(x).
2. Calculer l'ordonnée du point C de d ayant pour abscisse x_C = 6.

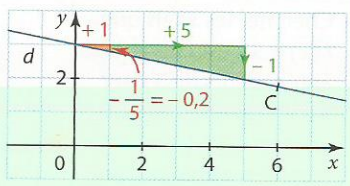
Solution :

1. $f(x) = mx + p$ avec m, p réels.
d coupe l'axe des ordonnées en A(0 ; 3) donc l'ordonnée à l'origine est $p = 3$.
On choisit un autre point, à coordonnées entières si possible, par exemple B(5 ; 2) et on lit la pente entre A et B :

$m = \dfrac{\text{différence des ordonnées}}{\text{différence des abscisses}} = \dfrac{-1}{5} = -\dfrac{1}{5}$. On a donc $f(x) = -\frac{1}{5}x + 3$.

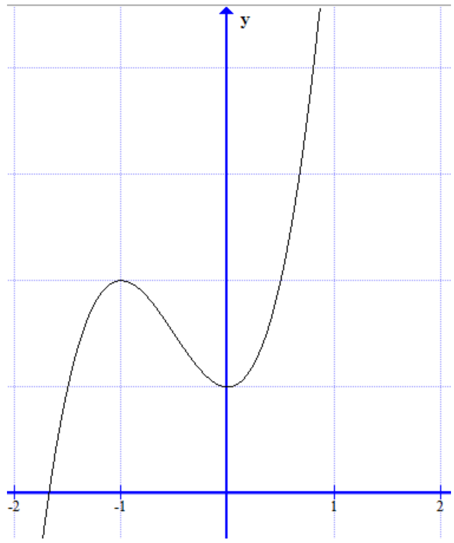
2. Le point C appartient à la droite d donc $y_C = f(x_C) = -\frac{1}{5}x_C + 3$

D'où $y_C = -\frac{1}{5} \times 6 + 3 = -\frac{6}{5} + 3 = -\frac{6}{5} + \frac{15}{5} = \frac{9}{5} = 1{,}8$ ce qui est cohérent avec le graphique.



Faîtes maintenant des exemples de votre choix illustrant ces points.

6) Généralités de fonction



Voici la représentation graphique d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$,

A) Dresser son tableau de variation.

B) Comparer, en justifiant, f(− 0,3) et f(− 0,6).

C) Sachant que f a pour équation $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 1$, le point A(− 0, 5 ; 1, 5) appartient-il à la courbe ?

Solution :

A)

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
f		↗	2	↘	1	↗	

B) On sait que $-0{,}3 > -0{,}6$, de plus f est décroissante sur l'intervalle]- 1 ; 0] donc $f(-0{,}3) < f(-0{,}6)$.

C) A appartient à la courbe lorsque l'image de son abscisse est égale à son ordonnée. $f(-0{,}5) = 2*(-0{,}5)^3 + 3*(-0{,}5)^2 + 1 = 1{,}5$ (Comme ce résultat est égal à l'ordonnée de A) donc A appartient à la courbe représentative de f.