

# Géométrie

## aux cycles 2 et 3

# Géométrie

*De quoi parle-t-on  
de l'école au collège ?  
Espace sensible et géométrie*

# Du spatial au géométrique

## Un problème de mesure

Dans une pièce « rectangulaire » dont connaît la longueur et la hauteur, on souhaite déterminer la longueur de la diagonale du mur.

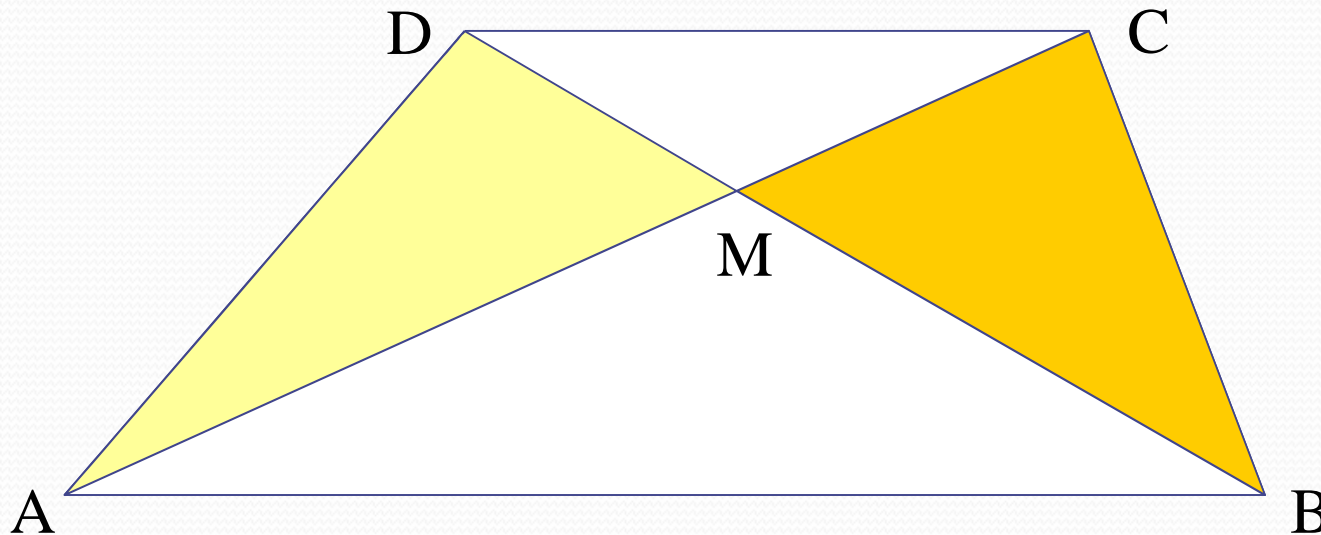
Comment faire ?

# Trois modes de résolution

- Résolution "**pratique**" :  
mesure sur le mur avec un fil et un escabeau
- Résolution "**pratique**" :  
dessin à l'échelle sur une feuille de papier et mesure
- Résolution **mathématique** :  
raisonnement utilisant des connaissances géométriques  
(*théorème de Pythagore*)

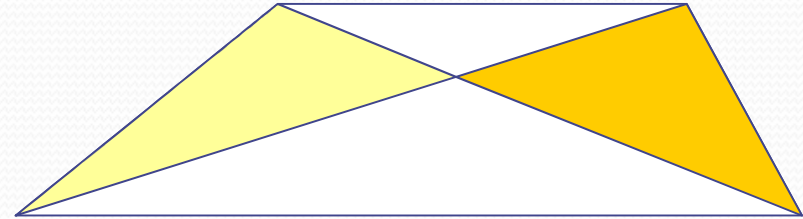
## Un autre problème de mesure

ABCD est un trapèze de bases  $[AB]$  et  $[CD]$ .  
Les diagonales  $[AC]$  et  $[BD]$  se coupent en  $M$ .

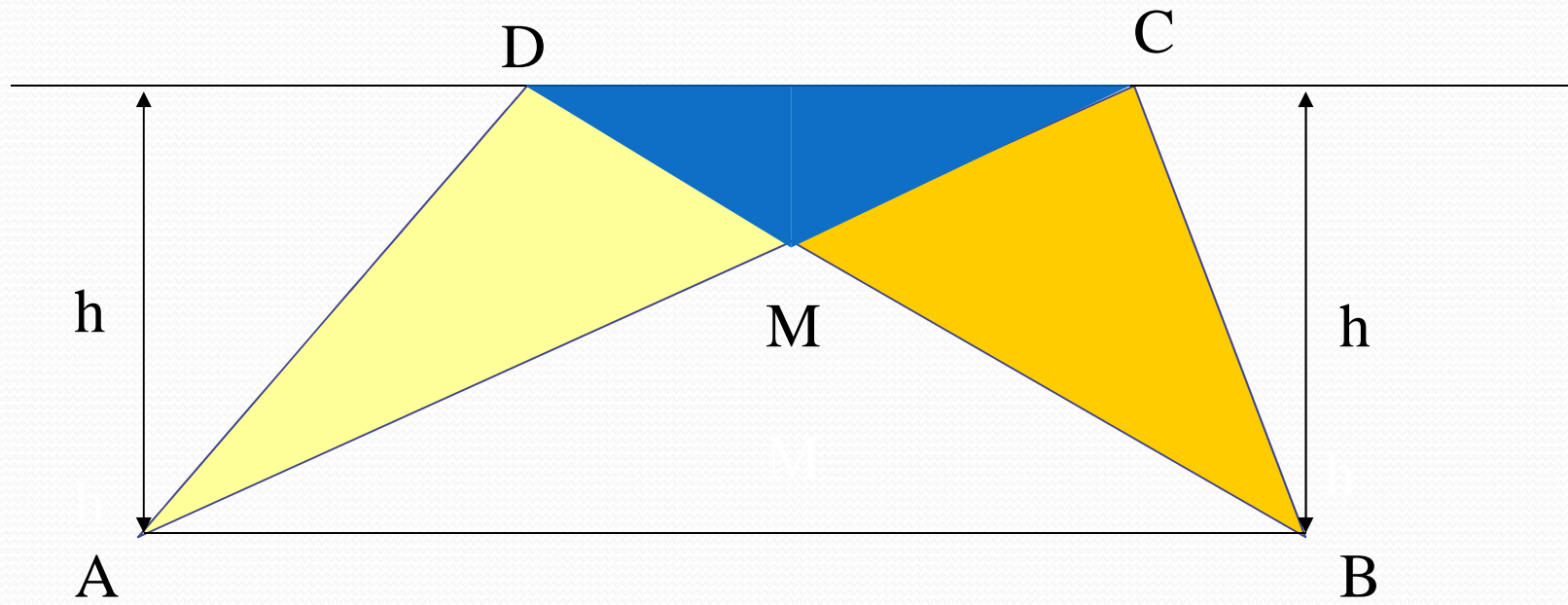


Les 2 triangles AMD et BMC ont-ils la même aire ?

# Quatre modes de résolution



- **Résolution perceptive** : estimation
- **Résolution pratique** : découpage, collage...
- **Résolution pratico-mathématique** : reconnaissance de figures, mesurage, calcul (formules)
- **Résolution mathématique** : raisonnement



# La géométrie de l'école au collège

## C1 et C2

- Géométrie de la **perception**
- Est vrai ce qui est "vu" comme tel
- Boîte à outils géométrique : l'œil

## Fin C2 et C3

- Géométrie **instrumentée**
- Sont vraies les propriétés contrôlées à l'aide d'instruments
- Boîte à outils géométrique : instruments

## Collège

- Géométrie **déductive**
- Est vrai ce qui est démontré
- Boîte à outils géométrique : théorèmes



# Déterminer une longueur... (éva 6<sup>e</sup>, 1997)

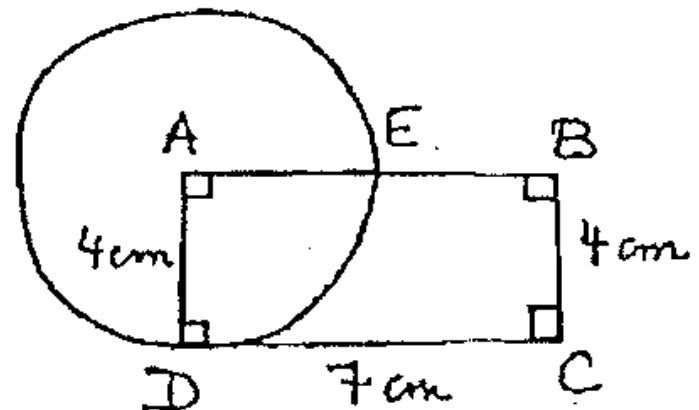
Sur ce dessin à main levée (les vraies grandeurs sont écrites en cm), on a représenté un rectangle ABCD et un cercle de centre A qui passe par D. Ce cercle coupe le segment [AB] au point E.

Trouve la longueur du segment [EB] :

.....

Explique ta réponse :

.....



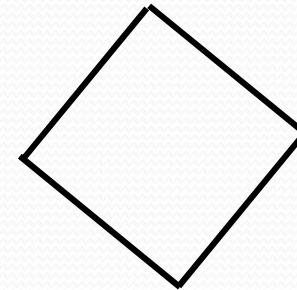
Victor : 3,5 cm ( <i>le cercle est au milieu du segment</i> )	26,3 %
Adrien : 1 cm 8 ( <i>j'ai mesuré</i> )	16,6 %
Lise : 3 cm ( <i>car 7 cm - 4 cm = 3 cm</i> )	10,3 %

# Reconnaissance du carré

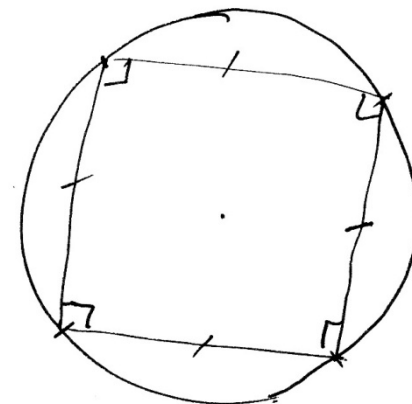
- Au CP, seul A est reconnu comme un carré
  - Géométrie perceptive
- Au CE2, B devrait l'être aussi
  - Géométrie instrumentée
- En 6<sup>e</sup>, C également
  - Géométrie théorique



A



B

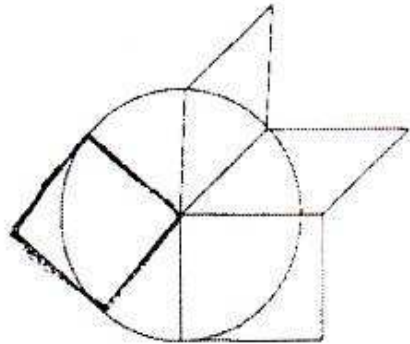


C

# Réponse d'un élève (entrée en 6e)

## Exercice 16

Observe attentivement la figure suivante.



Repasse, en couleur, les côtés d'un losange de cette figure.

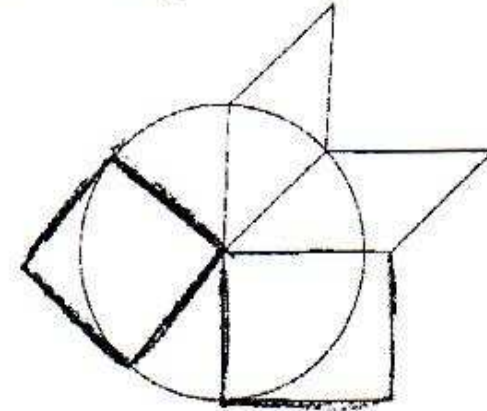


Réponse correcte : le carré est un losange, mais en position standard

Réponse oubliée : le losange en position non standard

## Exercice 25

Observe attentivement la figure suivante.



Repasse, en couleur, les côtés d'un carré de cette figure.



Réponse correcte : carré, pourtant en position non standard

Réponse erronée : faux carré, mais en position standard

# Quelques repères pour l'enseignement

# Importance des compétences spatiales au cycle 2

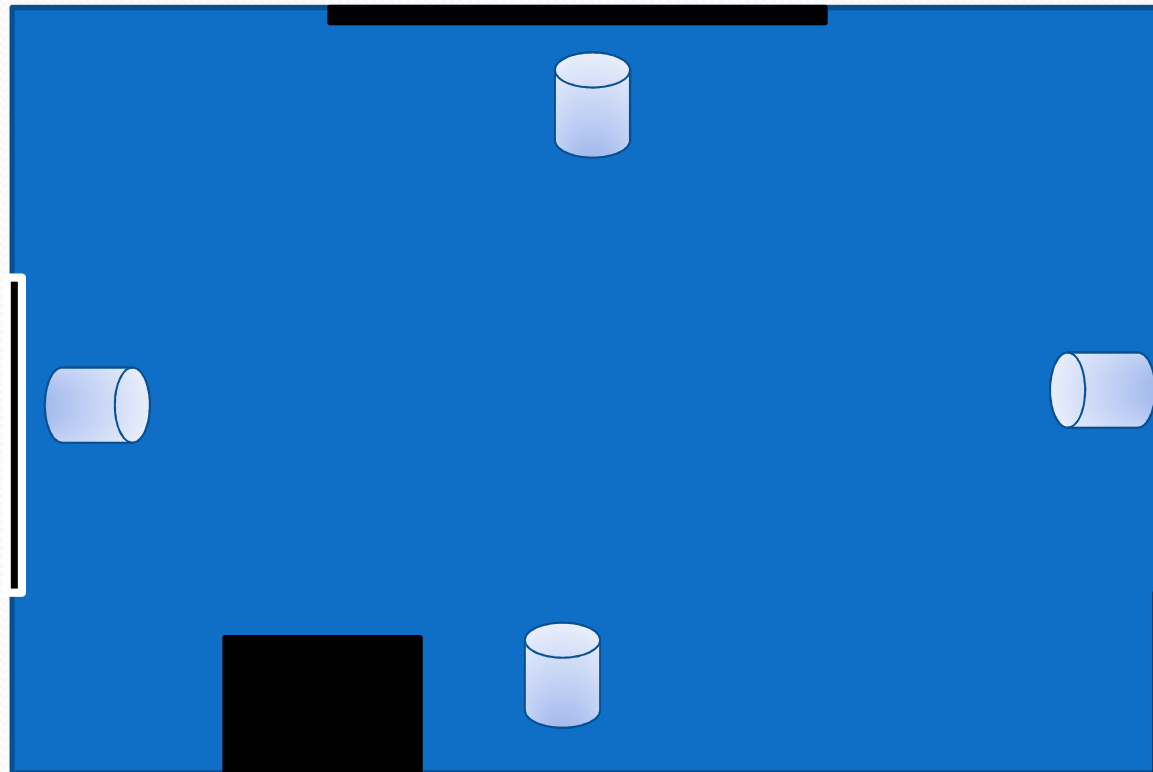
## Deux exemples

# Le jeu des boîtes

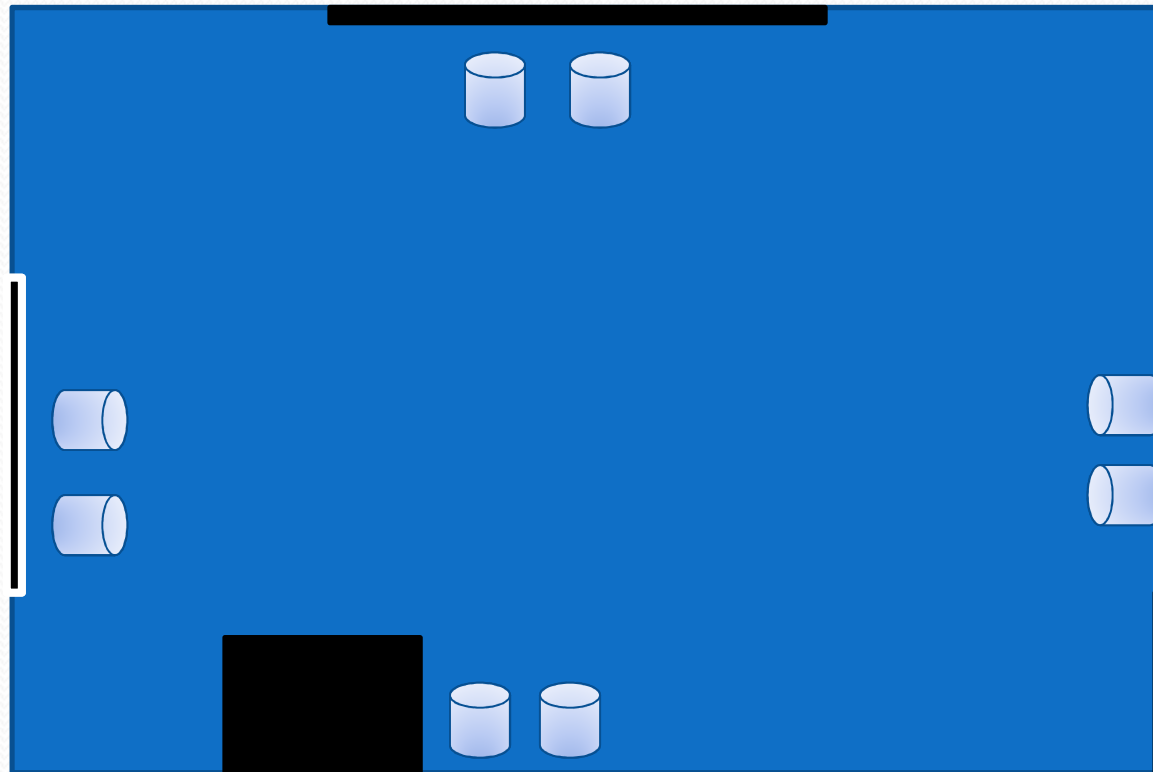
(Cap Maths, CP)

- **Matériel**
  - Des boîtes identiques disposées en différents endroits de la classe
  - 1 objet à cacher dans l'une des boîtes à l'insu d'un élève
- **Tâche**
  - Fournir une indication à cet élève pour lui permettre de trouver l'objet du premier coup
- **Conditions**
  - Message verbal → utilisation du langage spatial
  - Message dessiné → utilisation d'un plan codé

# Situation 1

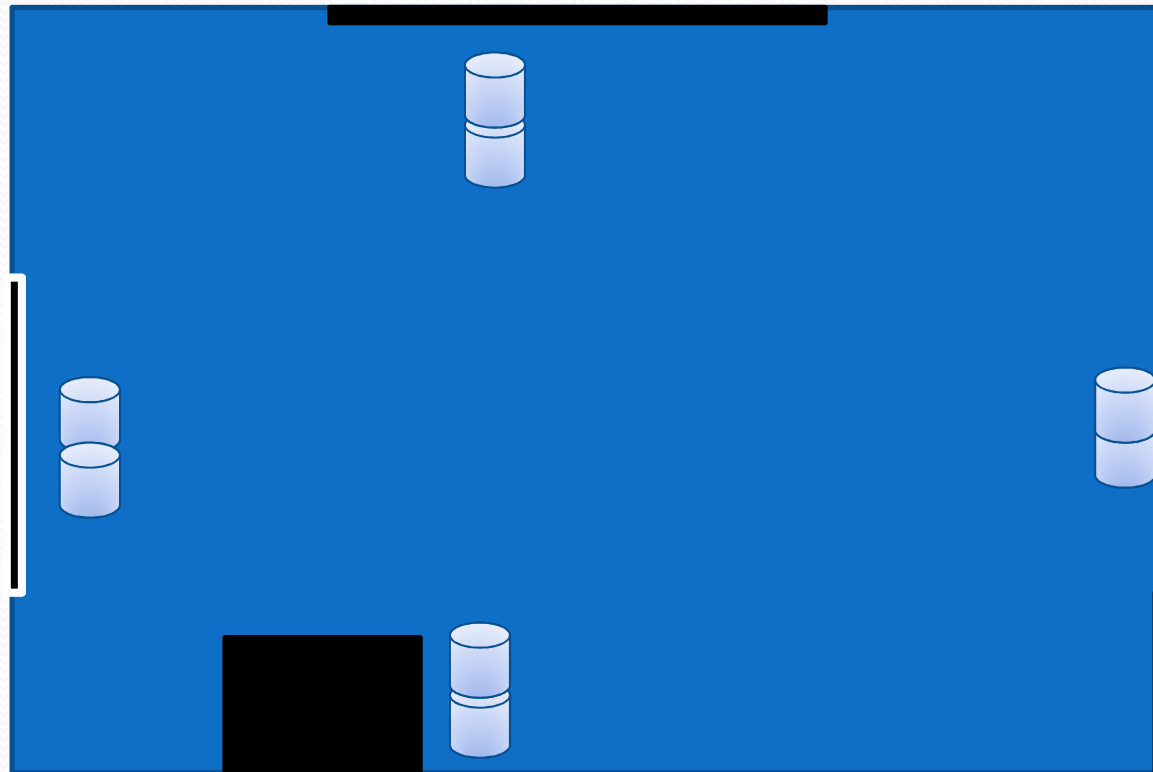


## Situation 2

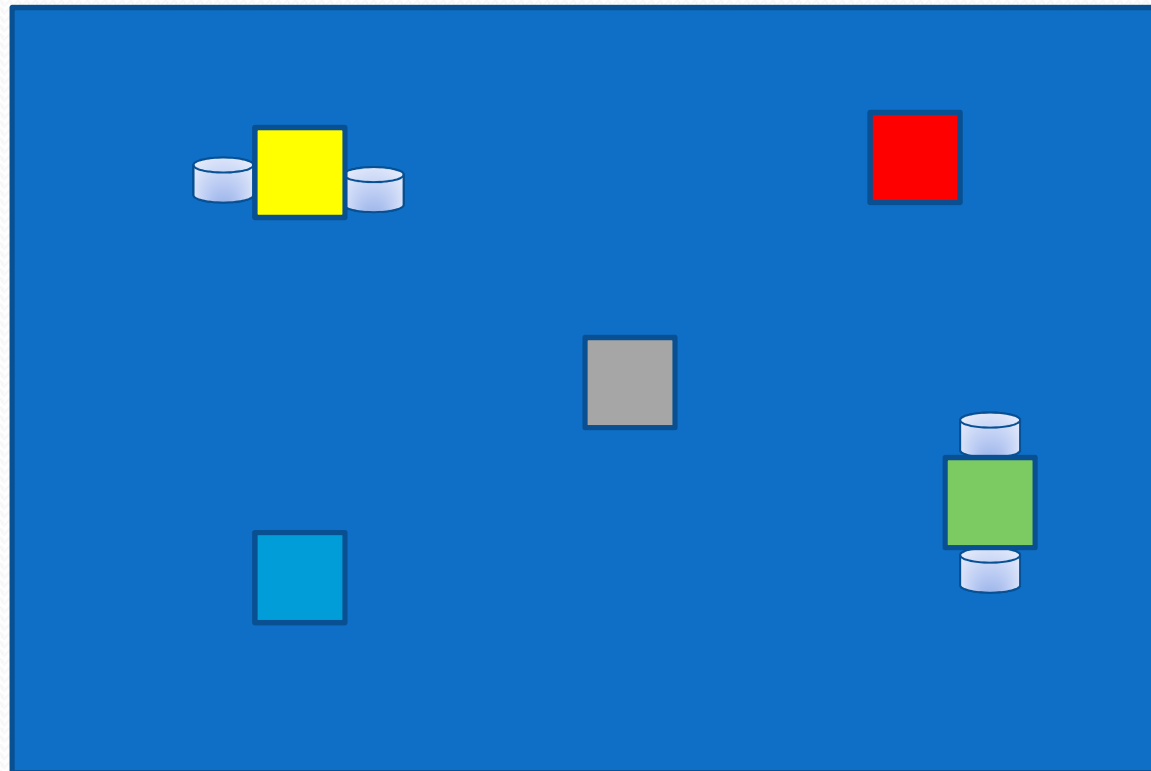




## Situation 3



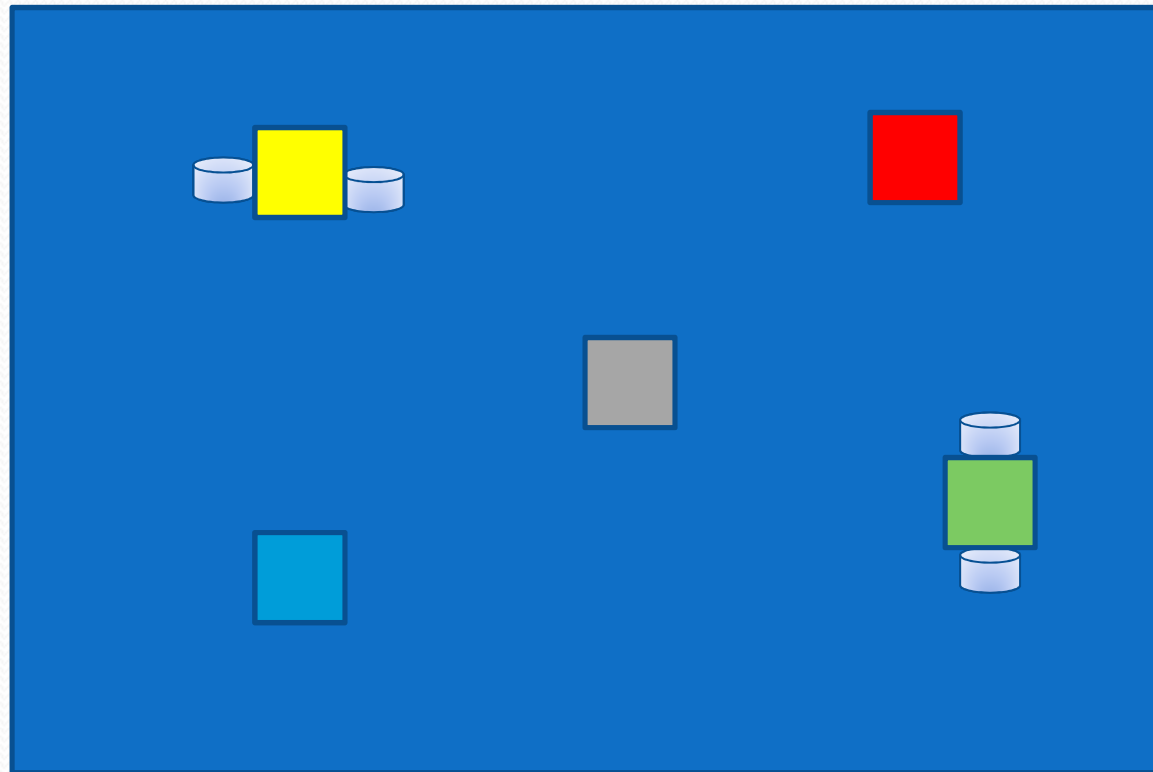
## Situation 4 (sur un tapis)



Emetteurs / Récepteur

# Situation 5 (sur un tapis)

Récepteur

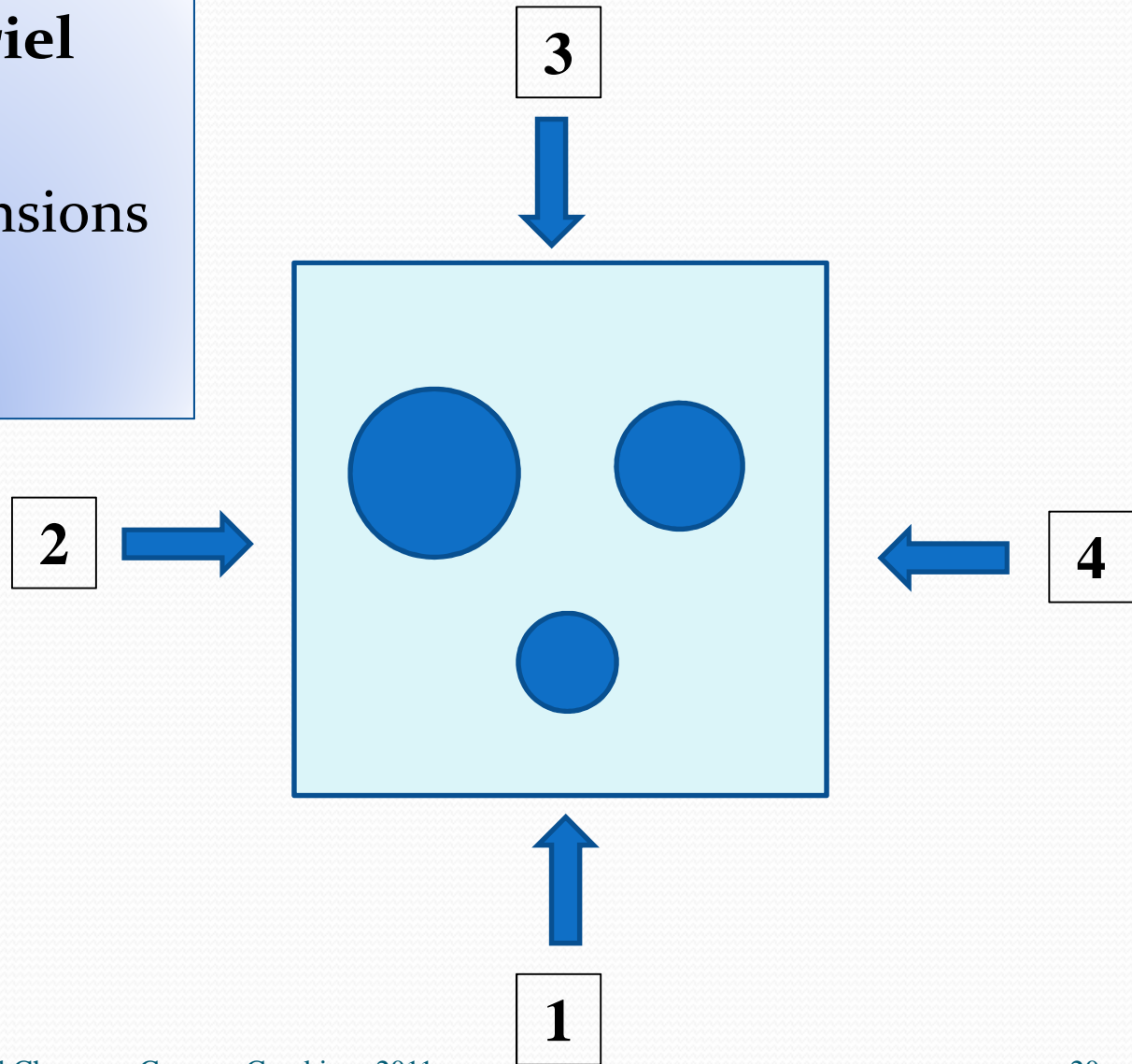


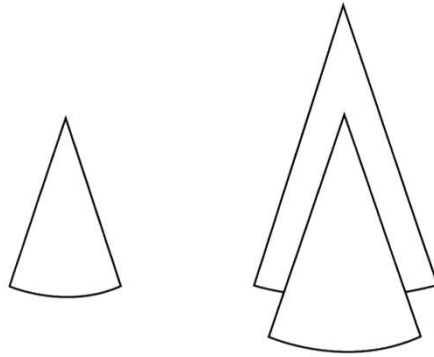
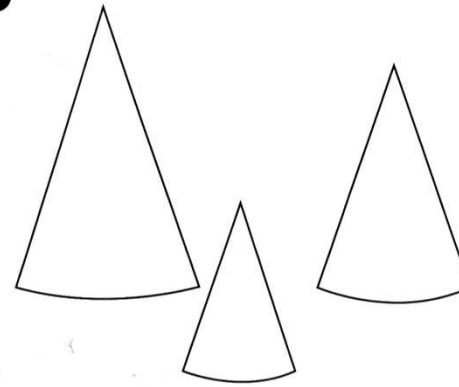
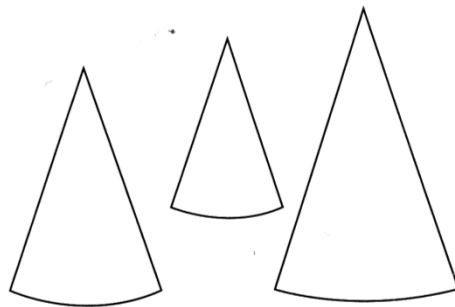
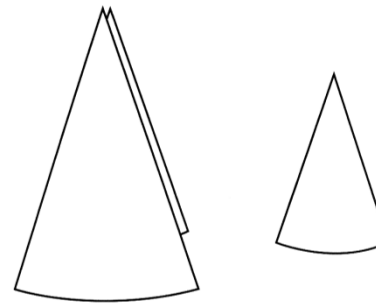
Emetteurs

# Points de vue (Cap Maths CE1)

## Dispositif matériel

- 1 plateau carré
- 3 cônes de dimensions différentes
- 4 emplacements



**A****B****C****D**

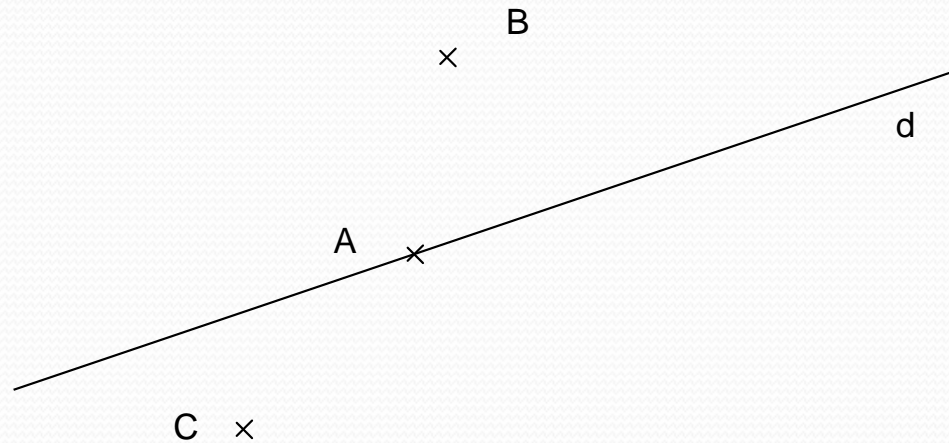
- Trouver l'emplacement d'où a été réalisé un dessin ou une photo
- Trouver le dessin ou la photo qui correspond à tel emplacement
- Décrire ce que voit quelqu'un qui se trouve à un emplacement donné

# Evolution d'une notion

## Angle droit et perpendicularité

# Regard sur quelques difficultés

## Exercice 16



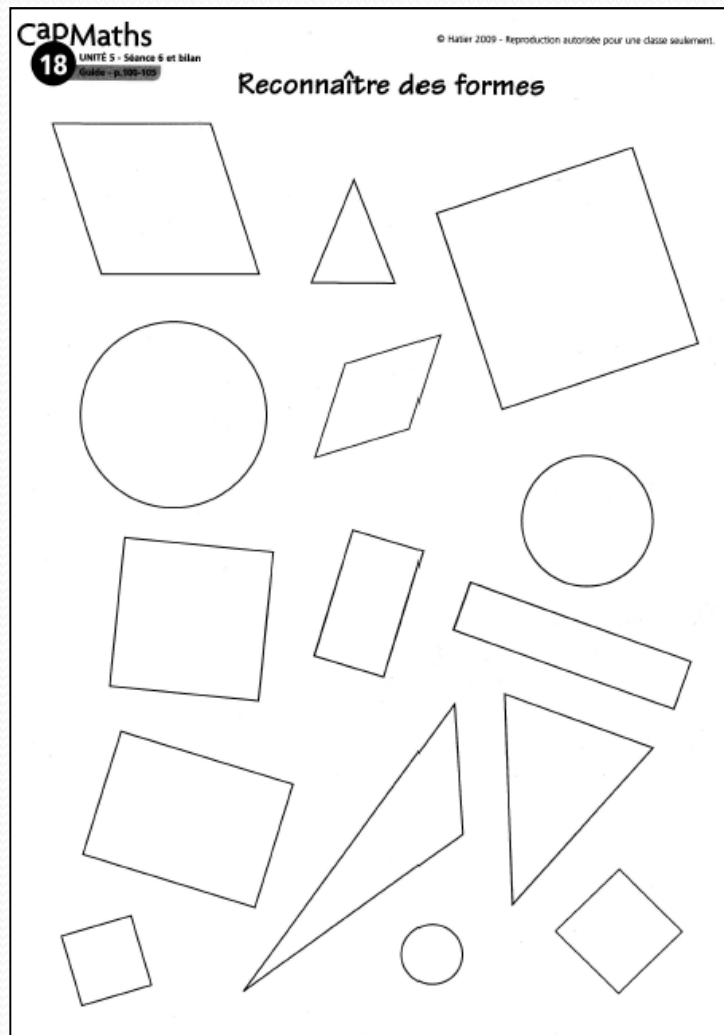
- 1- Trace la droite qui passe par les points A et C
- 2- Trace la droite qui passe par C et qui est perpendiculaire à la droite d
- 3- Trace la droite qui passe par B et qui est parallèle à la droite d

← 54 % + 40 % segment

← 39 %

← 50 %

# Reconnaissance perceptive des figures isolées (CP)



## Figures découpées

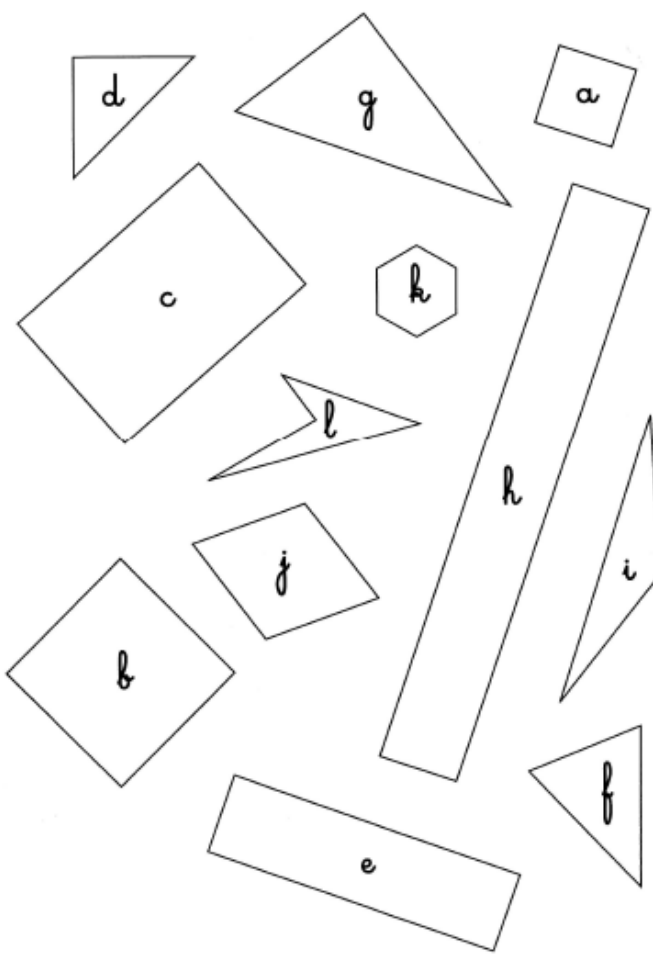
- 1) Classer librement
- 2) Classer sous les mots « carré », « rectangle », « triangle », « autre »
- 3) Arguments
  - Nombre de côtés
  - Longueur des côtés
  - Les « coins »



# Reconnaissance perceptive de figures assemblées (CP)

CapMaths  
17 UNITÉ 5 - Séance 6  
© Hatier 2009 - Reproduction autorisée pour une classe seulement.

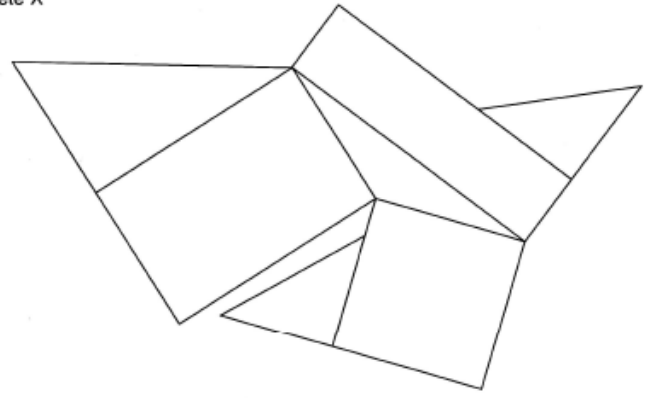
Catalogue de gabarits



CapMaths  
73 UNITÉ 12 - Séance 7  
© Hatier 2009 - Reproduction autorisée pour une classe seulement.

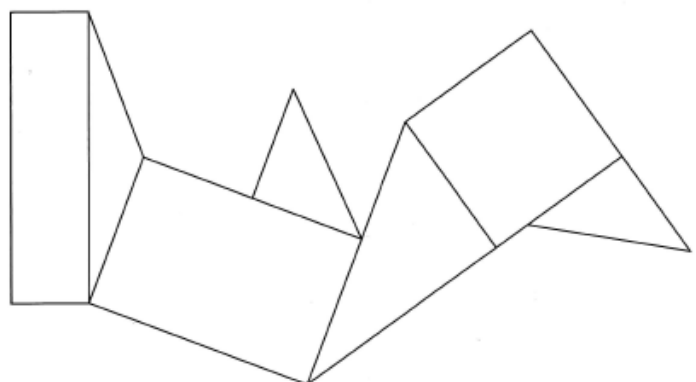
Reconnaître des formes  
► Carré, rectangle, triangle

Modèle X



---

Modèle Y




# Construction de carrés et rectangles (longueur des côtés) (CE1)

CapMaths CE1 © Hatier 2009 - Reproduction autorisée pour une classe seulement.


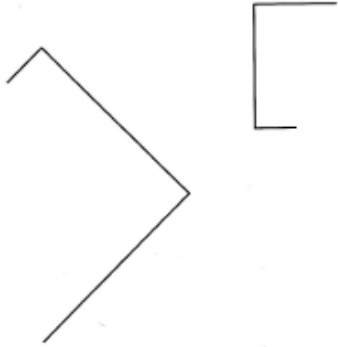
**62** UNITÉ 11 - Séance 6  
Guide - p.228 **Construire des carrés et des rectangles**

Lisa a commencé des constructions de carrés et de rectangles.  
À toi de les terminer.

Termine le rectangle.



Termine les carrés.



# Une première étape au CE1

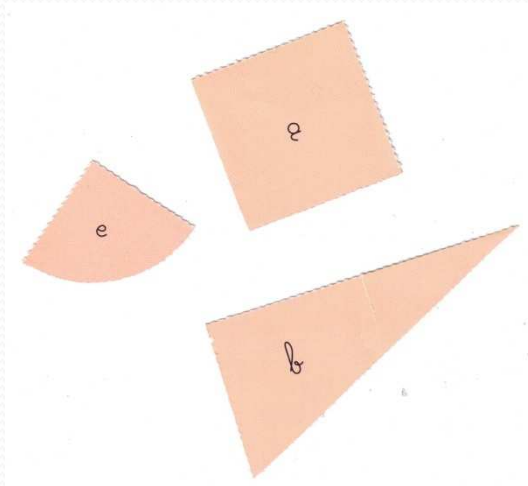
*L'angle droit lié au "coin" du carré*



Mise en débat : *carré / pas carré*



Les gabarits avant l'équerre



CAPMaths CE1

63 UNITE 11 - Séance 7

© Hatier 2009 - Reproduction autorisée pour une classe seulement.

Guide : p.228

### Reconnaître des carrés et des rectangles

1		2	
3		4	
5		6	

## Des angles droits dans d'autres figures



Angles droits

2 Retrouve les angles droits de ces figures à l'aide d'un gabarit.  
Marque-les en rouge.

The image shows five geometric shapes on a grid background. From top-left to bottom-right: an orange square, a green quadrilateral with a right angle at the bottom-right corner, a green triangle with a right angle at the top vertex, a red quadrilateral with a right angle at the top-left corner, and a purple square. The shapes are intended for a classroom activity where students identify and mark right angles.

# Portrait

## Qui suis-je ?

- J'ai un seul angle droit
- J'ai 6 angles droits et un axe de symétrie
- J'ai 4 côtés et 2 angles droits

CapMaths CE1 © Hatier 2009 - Reproduction autorisée pour une classe seulement

51 UNITÉ 9 - Séance 6 Guide - p.194

### Figures planes ► Jeu de messages

UNITÉ 13 - Séance 6 Guide - p.200

1		2	
3		4	
5		6	
7		8	

CapMaths CE1 © Hatier 2009 - Reproduction autorisée pour une classe seulement

52 UNITÉ 9 - Séance 6 Guide - p.194

### Figures planes ► Jeu de messages

UNITÉ 13 - Séance 6 Guide - p.200

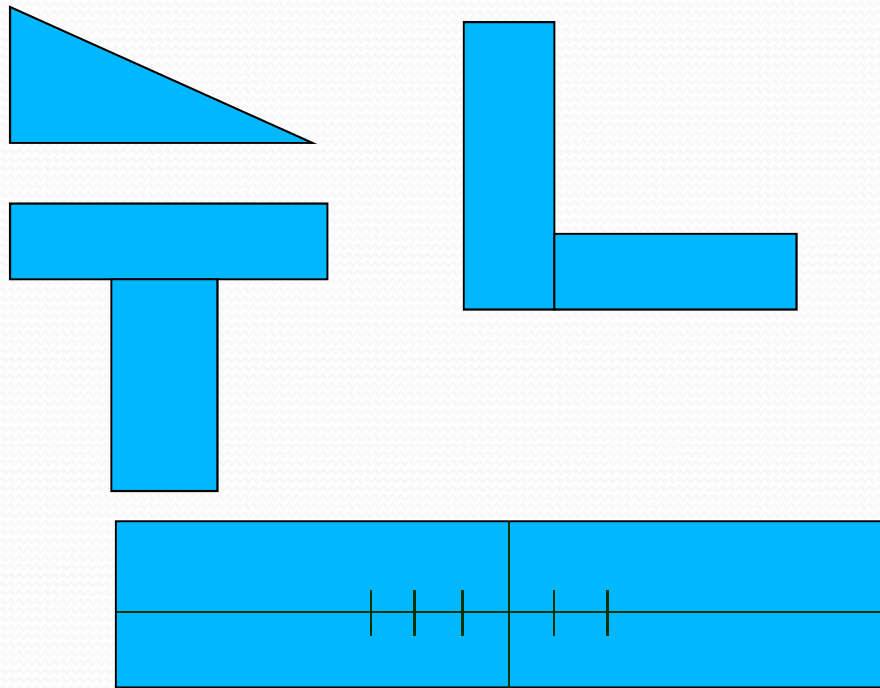
9		10	
11		12	
13		14	
15		16	

# Une deuxième étape au CE2

## *Des gabarits aux équerres*



### Différentes équerres



### utilisées pour

- Identifier des angles droits
- Reconnaître des figures (carré, rectangle, triangle rectangle)
- Reproduire, compléter, construire des figures

## Une troisième étape au CE2

### *La perpendicularité*

#### Point de départ

- Horizontal / vertical

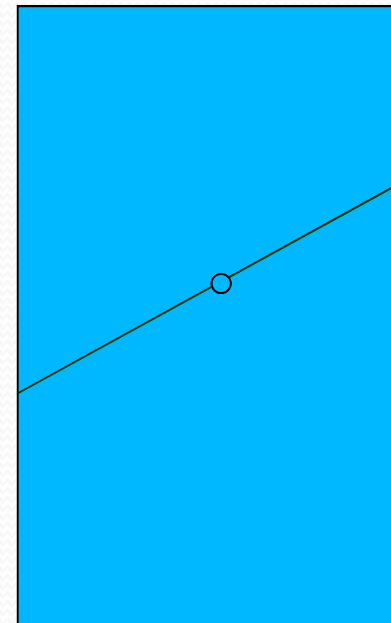
→ 2 directions déterminées par le fil à plomb et le niveau à bulle

#### Lien avec angle droit

→ Retrouver la trace du fil à plomb lorsque qu'on fera coïncider cette ligne avec le niveau à bulle.

#### Définition

*Deux droites qui se coupent en formant un angle droit sont deux droites perpendiculaires.*



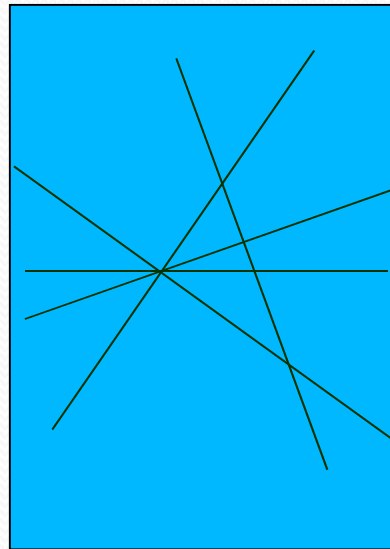
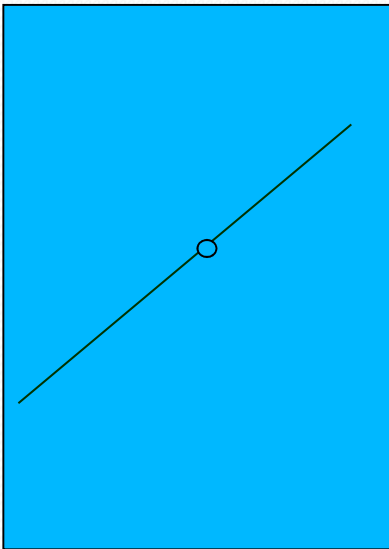
## Une quatrième étape au CE2

### *Enrichir la perpendicularité*

#### Tracer, identifier

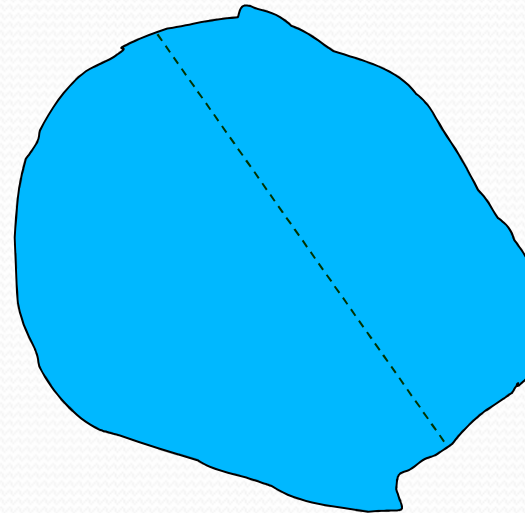
→ à vue, à main levée

→ avec l'équerre



#### Une autre image de la perpendicularité

→ le pliage



*Plier une 2<sup>e</sup> fois  
pour avoir  
2 droites  
perpendiculaires*



## Une cinquième étape au CM1

### *L'angle droit parmi d'autres angles*



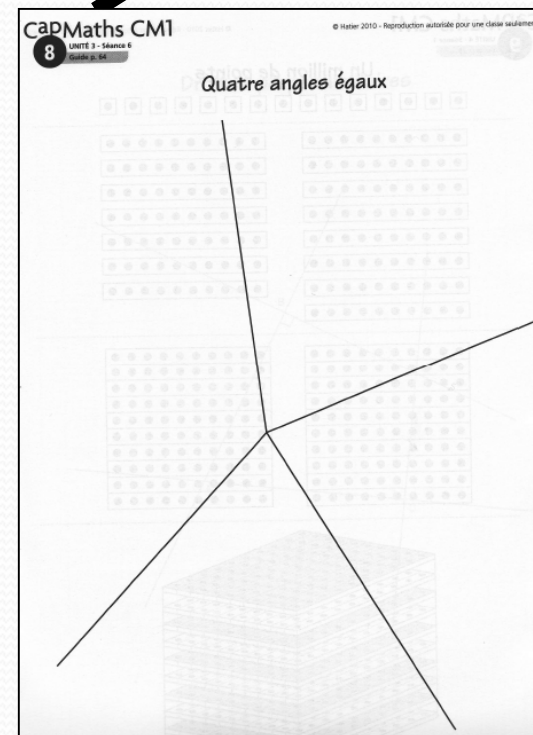
Angle droit = quart de tour

2 perpendiculaires : 4 angles droits



Géomette a tracé sur sa feuille 4 angles qui ont tous le même sommet. Les 4 angles ne sont pas égaux.

Saurais-tu faire apparaître 4 angles tous égaux et qui ont tous pour sommet le point dessiné ?

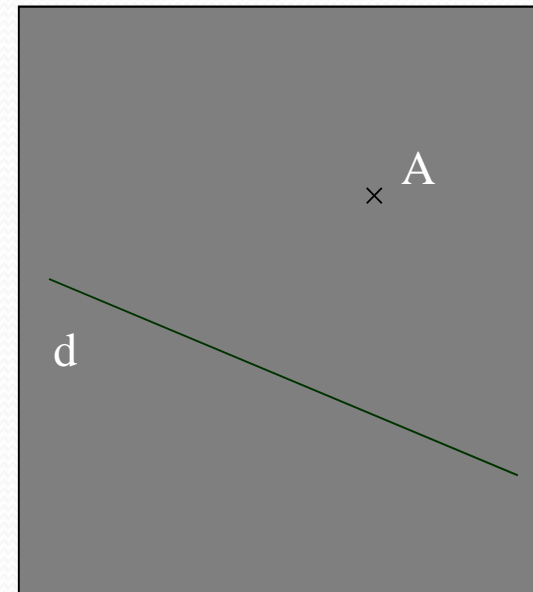


## Une sixième étape au CM1

### *Perpendicularité outil*

Exemple : pour le parallélisme

*Avec uniquement l'équerre, sans mesurer, tracer une droite qui passe par le point A et qui est parallèle à la droite d.*



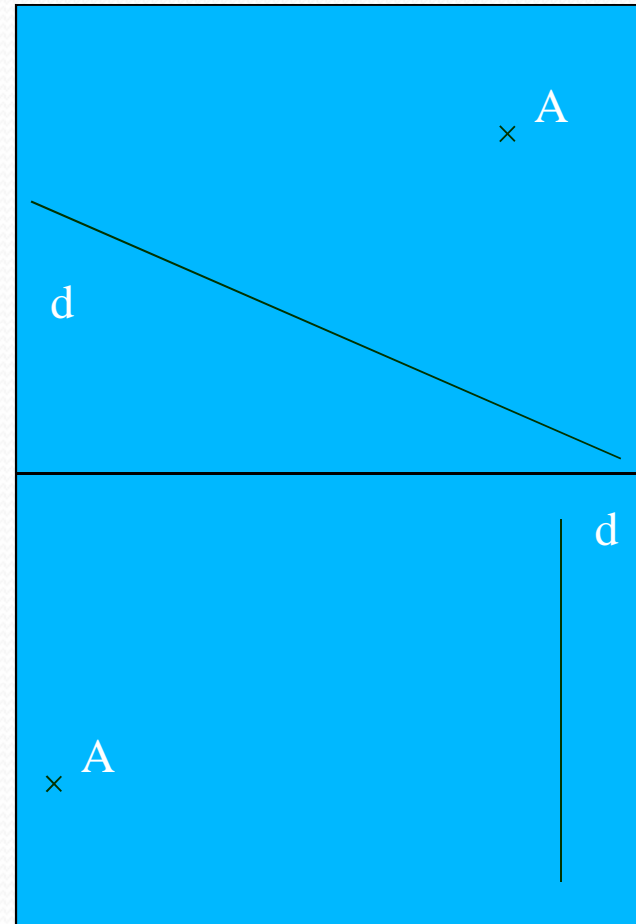
## Une septième étape au CM2

### *Un nouvel aspect de la perpendicularité*



*1) Trouver le point de la droite  $d$  qui est le plus proche du point  $A$ .*

*2) Écrire une méthode qui permet de trouver, du premier coup, le point d'une droite qui est le plus proche d'un point qui n'est pas sur la droite.*



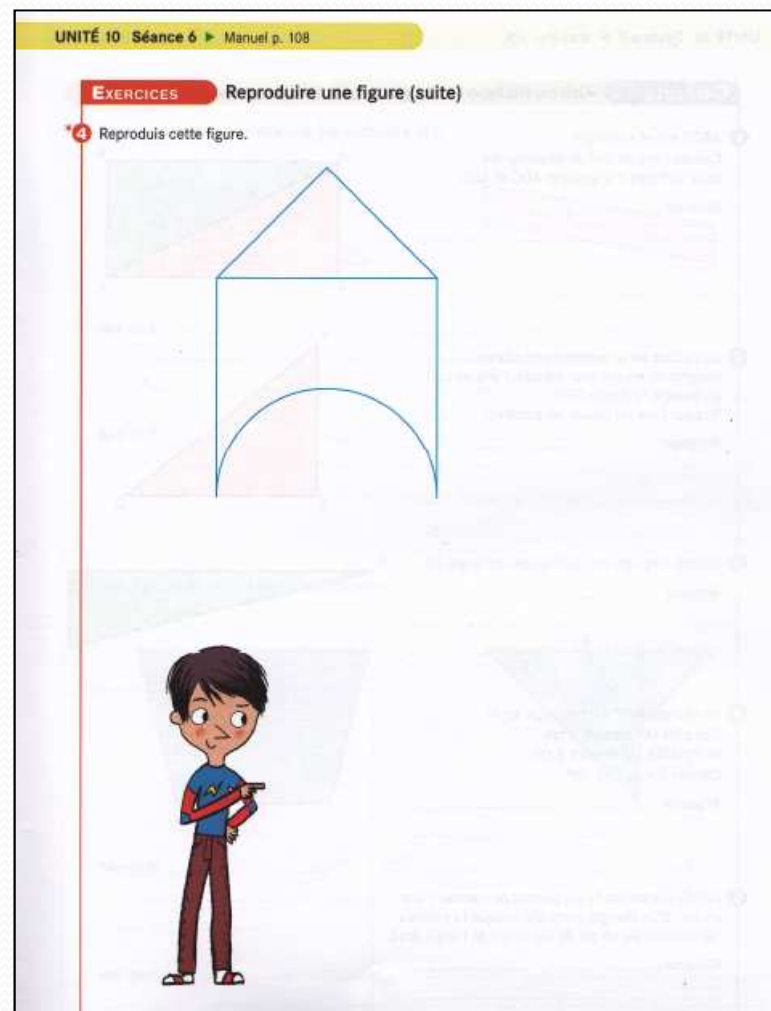
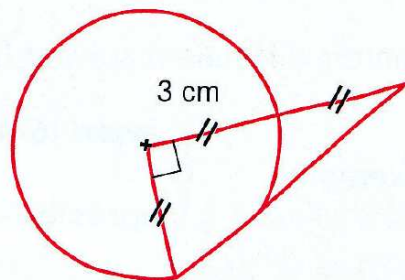
## Une huitième étape au CM2

### *Réinvestissement de la perpendicularité*



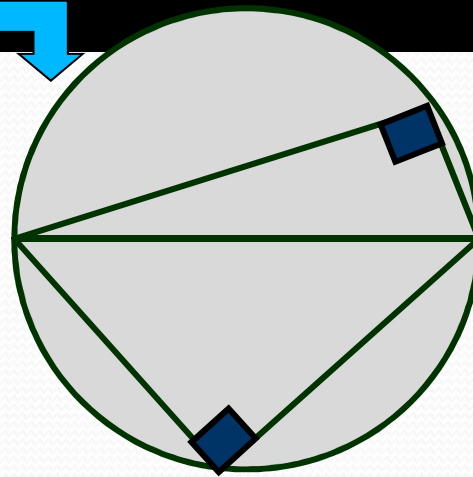
- Pour décrire une figure
- Pour reproduire une figure
- Pour construire une figure
  - A partir d'une description
  - A partir d'un schéma

- 6** Sur papier blanc construis, en vraie grandeur, la figure qui correspond à ce schéma.



## La suite au collège

- Tracé à la règle et au compas (relation avec *médiatrice*)
- Mesure :  $90^\circ$ , rapporteur
- Double perpendicularité et parallélisme
- Perpendicularité et distance d'un point à une droite
- Perpendicularité et *Pythagore*
- Perpendicularité et *demi-cercle*



# Enseigner la géométrie à l'école

## Une approche par les problèmes

# Une approche de la géométrie par les problèmes

- **Localiser** : décrire une position, repérer
- **Reproduire**
- **Décrire**, en vue de faire reproduire ou reconnaître
  - Description verbale : informations ou programme de construction
  - Description schématique (schéma codé avec cotes, à main levée ou non)
- **Représenter**, en vue de faire reproduire ou reconnaître
- **Construire**, à partir d'une description, d'un programme de construction, d'un schéma
- **Classer**
- **Agrandir, réduire**

# Quelles notions (propriétés) ?

- **Relations spatiales ordinaires**
- **Alignement**
- **Égalité de longueurs, milieu**
- **Perpendicularité**
- **Parallélisme**
- **Egalité d'angles**
- **Axes de symétrie**



# Des compétences attendues sur les objets suivants

- Objets de base (*mais pas premiers !*) :  
point, droite, segment, angle
- Polygones : triangles et cas particuliers,  
carré, rectangle, losange,  
parallélogramme  
(*angles, côtés, pas les diagonales*)
- Cercle
- Polyèdres : cube, pavé droit,  
prisme droit, pyramide, cylindre

## Quels instruments et techniques ?

- Gabarits : angle droit, angles, longueurs
- Règle graduée ou non, équerres (ordinaire, réquerre, téquerre)
- Guide-âne
- Compas
- Calque, pliage, papier quadrillé

## Vocabulaire : une attention particulière

- Les mots ne sont pas les concepts
- Polysémie : exemple du mot "droit"
- Formulations spécifiques
  - *La droite  $d$  est parallèle à la droite  $f$*
  - *Les droites  $d$  et  $f$  sont parallèles*
  - *Tracer la droite parallèle à la droite  $d$  qui passe par le point  $A$*

## Plusieurs aspects pour un même concept

# Perpendicularité

- vertical / horizontal
- angle particulier :
  - angle d'une figure connue (carré, rectangle)
  - limite aigu/obtus
  - quart de tour
- axe de symétrie d'une droite (pliage)
- plus courte distance d'un point à une droite

# Quelques exemples de problèmes autour du cercle...

# Au CM1...

CapMaths CM1

50

UNITÉ 10 - Séance 7

Guide p. 231

© Hatier 2010 - Reproduction autorisée pour une classe seulement.

## Cercle : quelle pièce choisir ?

- 1 Dessine une pièce qui passe tout juste à travers la fente du monnayeur.  
Tu peux utiliser tous les instruments de géométrie.

Des exemples de pièces qui "passent" ou qui ne "passent pas" sont montrés au préalable.  
A la fin, une validation expérimentale est possible.

# Problème : faire apparaître un diamètre ou le centre

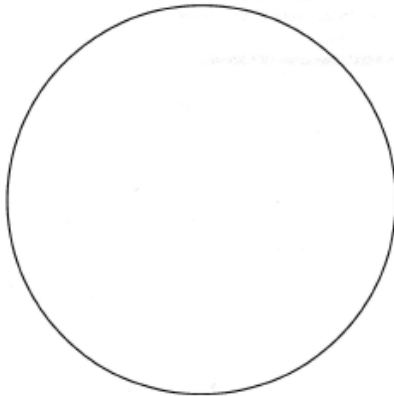
CapMaths CMI

51 UNITÉ 10 - Séance 1

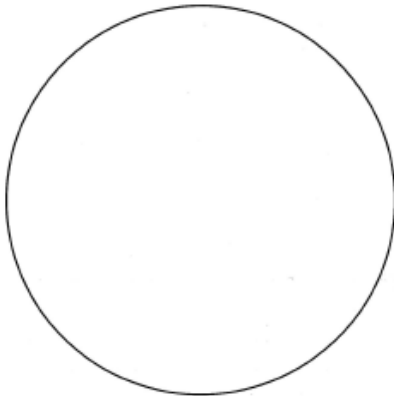
© Hatier 2010 - Reproduction autorisée pour une classe seulement.

Cercle : quelle pièce choisir ? (suite)

- ② Le centre du cercle n'est pas marqué.  
Comment, malgré tout, faire apparaître un diamètre de ce cercle ?



- ③ Le centre du cercle n'est pas marqué.  
Comment le faire apparaître sans utiliser d'instrument de géométrie ?



1<sup>ère</sup> étape : tous les moyens sont possibles.

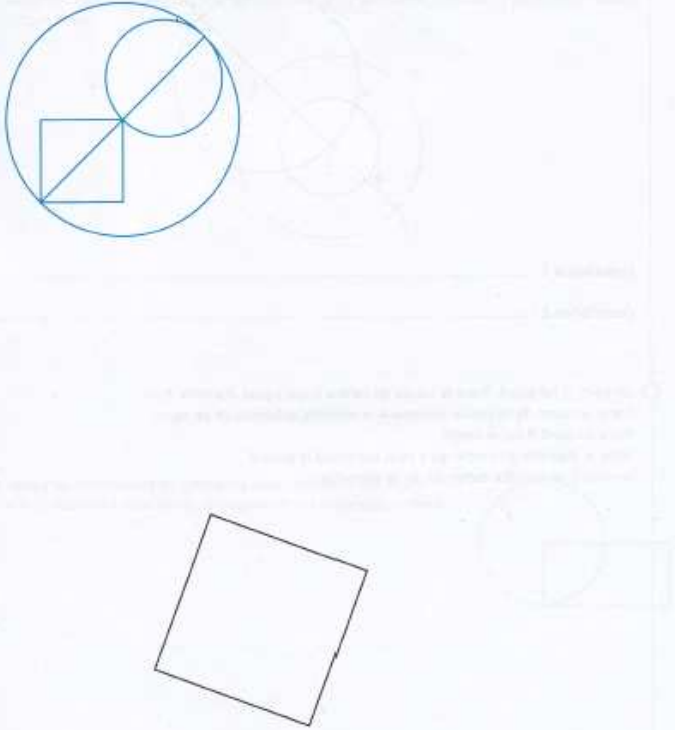
2<sup>e</sup> étape : les instruments de géométrie sont interdits.

# Utiliser ses connaissances

UNITÉ 11 Séance 6 ► Guide p. 251 - Manuel p. 118

**RÉVISER** Cercle : construction (suite)

On a commencé à reproduire cette figure, mais en plus grand. Le carré est déjà tracé. Termine la reproduction.



cinquante et un • 51

Analyser la figure,  
dans le but d'en compléter  
un agrandissement...  
dans une position différente.



# En conclusion

## Un concept géométrique

- Des références spatiales
- Des problèmes et différents aspects
- Différents langages : vocabulaire, dessin précis, schéma à main levée (coté ou non)
- Des techniques et des instruments de référence
- Un outil pour le raisonnement

## Un exemple de problème "de raisonnement"

- E** La figure est faite de deux carrés accolés.  
La différence de longueur entre les côtés des deux carrés est 1 cm.  
Calcule le périmètre du polygone ABEFGD.

