



© Photos12.com - Serge Sautereau

DIRE ET ÉCRIRE EN MATHÉMATIQUES

la place du langage dans la construction des
connaissances mathématiques à l'école



Exemple de situation complexe
en CLIS

Thierry DIAS, HEP Vaud, Lausanne

thierry.dias@hepl.ch

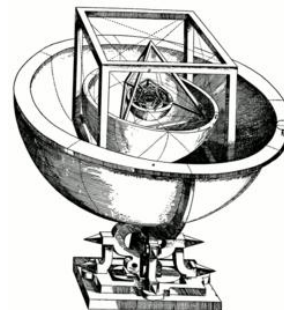
<http://perso.orange.fr/dias.thierry/>



Les mathématiques sont d'abord une science qui nous apprend des choses sur le monde.

Expérimenter dans le monde, c'est traduire le réel par des signes.

Traiter ces signes, c'est faire des mathématiques.



ma devise

Faire des maths,

création, production, fabrication

Faire faire des maths,

développer l'activité de pensée

Regarder ce que ça donne...

privilégier une pédagogie
réflexive

1. Apprendre / enseigner en mathématiques

connaissances et attitude

2. Langage et mathématiques

situation didactique

place de la langue (*vocabulaire, sens, syntaxe*)

3. Difficultés principales

échanger

signe et objet

vocabulaire

4. Une expérience en CLIS

CHAPITRE 1

ENSEIGNER / APPRENDRE EN MATHÉMATIQUES

développer une culture scientifique :
des connaissances et des attitudes

un brin d'histoire, *Instructions Officielles, France, janvier 1957*

"N'est-il pas indispensable de faire bien saisir à l'enfant, puis à l'adolescent, **les liens étroits qui unissent les mathématiques au monde sensible.**

N'est-ce pas là un moyen pour mettre en confiance le débutant, pour éviter qu'il ne se sente très vite rebuté par une étude où il pourrait ne voir qu'**une sorte de jonglerie, souvent purement verbale et sans signification apparente.** »

apprendre en mathématiques

construire une **culture scientifique**



des connaissances

des capacités

des attitudes

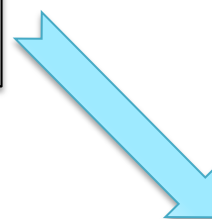
référence : socle commun

construire des capacités

des méthodes, des techniques

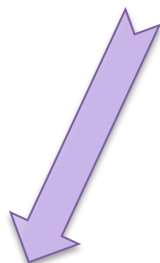


une culture scientifique à l'école



développer des attitudes

- raisonnement, recherche
- pensée critique



acquérir des connaissances

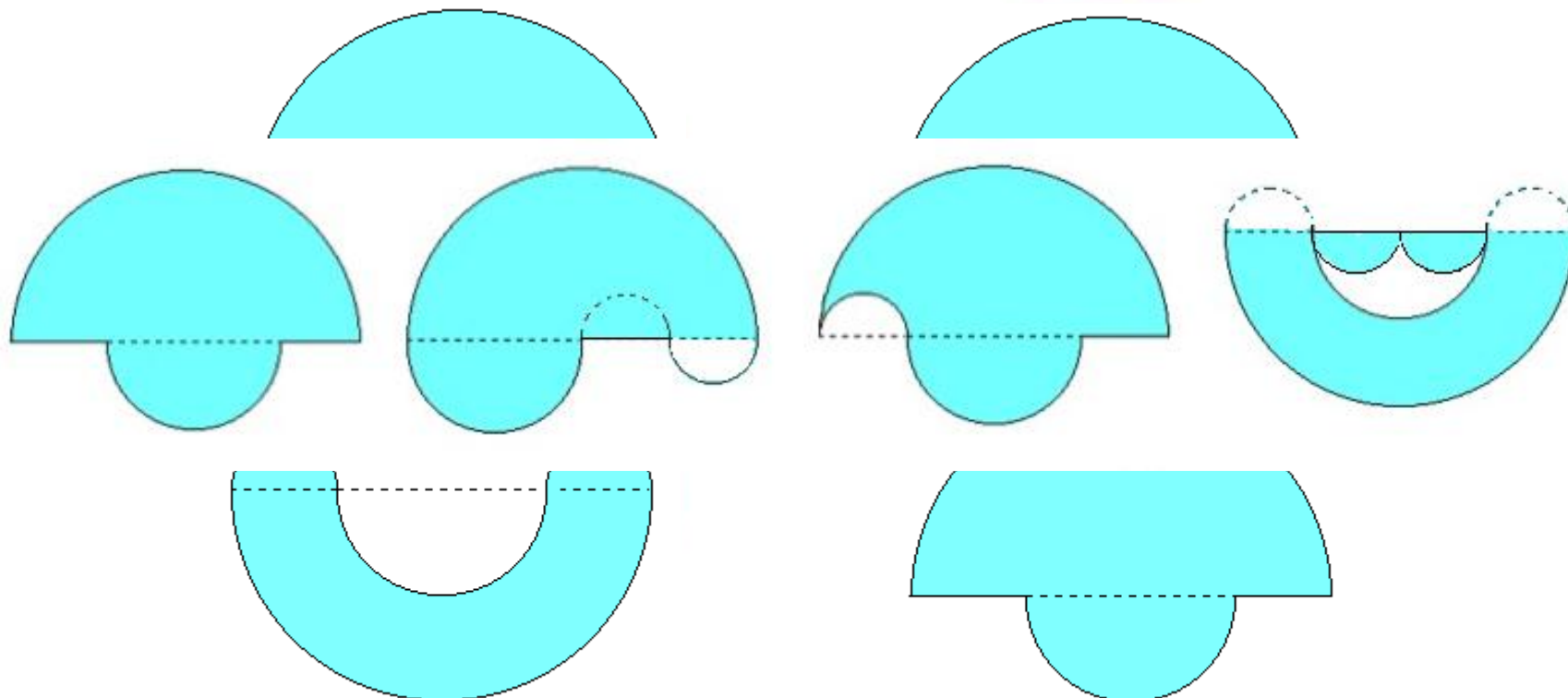
des concepts, des objets, des relations

construire des connaissances

à l'école primaire, on ne vise pas
l'acquisition de connaissances formelles,
mais principalement des connaissances
fonctionnelles...

... utiles pour résoudre des problèmes

Loubna veut creuser un bassin dans son jardin. Elle a fait quatre dessins différents parmi lesquels elle doit maintenant choisir celui qui a la plus petite aire.

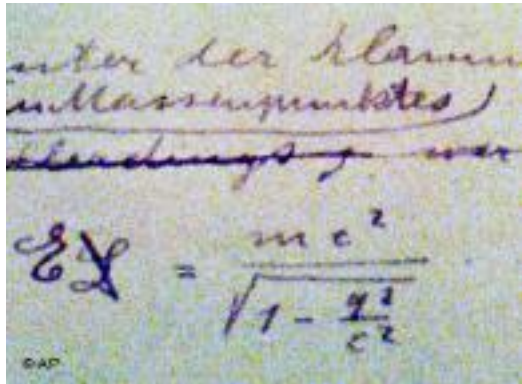


Quel est le bassin qui a la plus petite aire ?

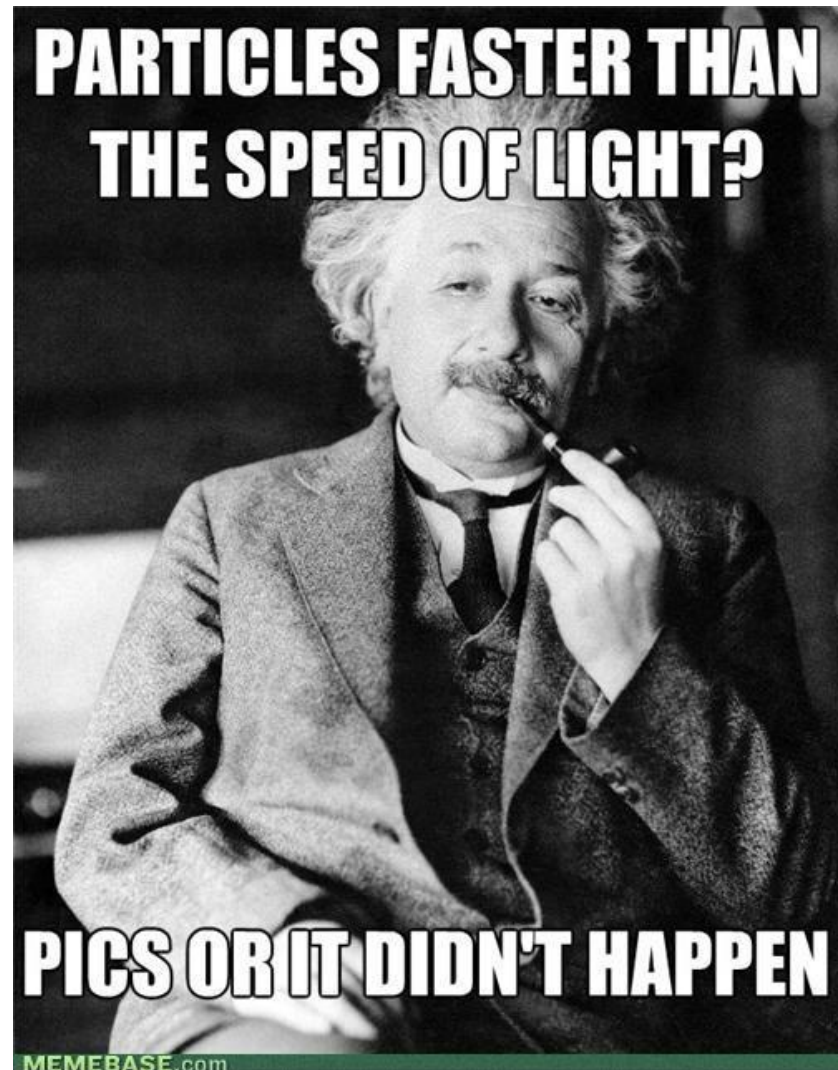
La science ne poursuit jamais l'objectif illusoire de rendre ses réponses définitives ou même probables. Elle s'achemine plutôt vers le but de toujours découvrir des problèmes nouveaux, et de soumettre ses réponses, toujours provisoires, à des tests toujours renouvelés et toujours affinés. »

Karl R. POPPER, 1934, *La logique de la découverte scientifique*

développer des attitudes



Doute
Incertitude
Contradiction
Débat
Remise en
questions



CHAPITRE 2

LANGAGE ET MATHÉMATIQUES

place du langage dans la construction des connaissances

notion de situation didactique

spécificité du langage en mathématiques ?

Place du langage dans la construction des connaissances

Parler, dire et écrire pour

APPRENDRE

...l'ensemble des capacités qui permettent à un élève :

de bénéficier pleinement des **échanges oraux** qui ont lieu dans la classe à propos de **tous les aspects du programme**,

de **lire en les comprenant**, les textes supports de toutes les activités proposées,

de se servir de **l'écriture pour organiser les connaissances**, pour les mémoriser et pour manifester par écrit ce qui en a été compris et acquis.

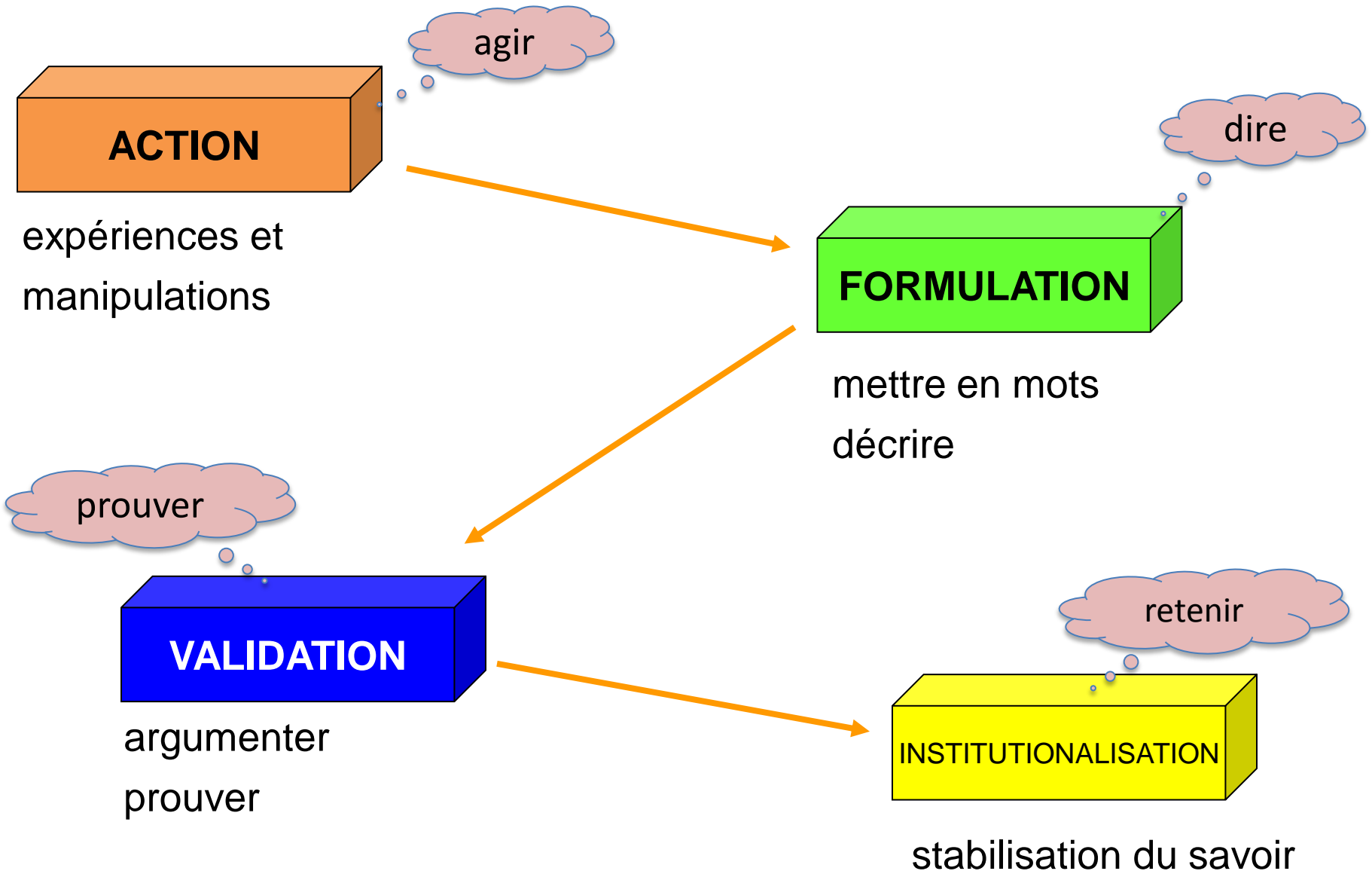
Socle commun de connaissances et compétences

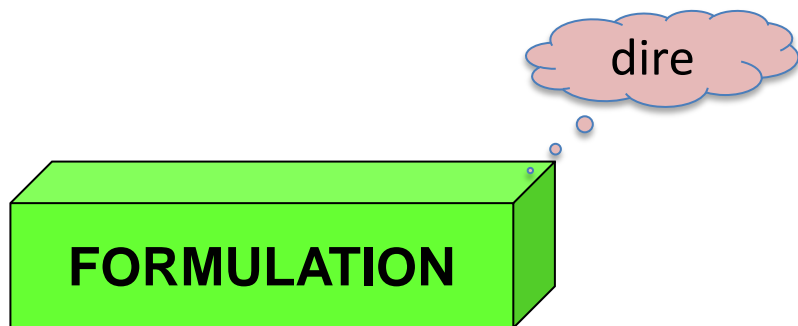
(2006)

Faire accéder tous les élèves à la maîtrise de la langue française, à une expression précise et claire à l'oral comme à l'écrit, relève de l'enseignement du français mais aussi de toutes les disciplines.

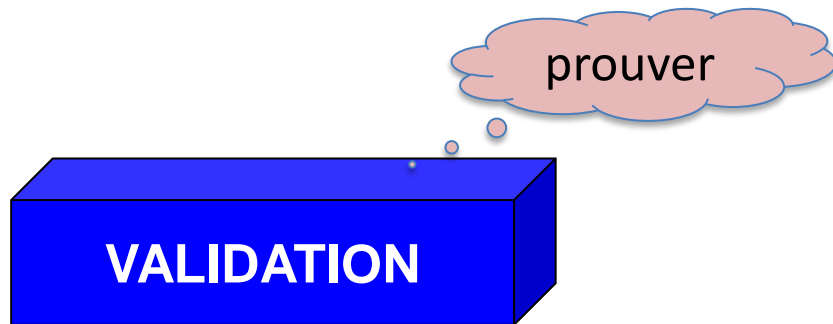
DIRE, LIRE ET ÉCRIRE

Des temps différents pour apprendre

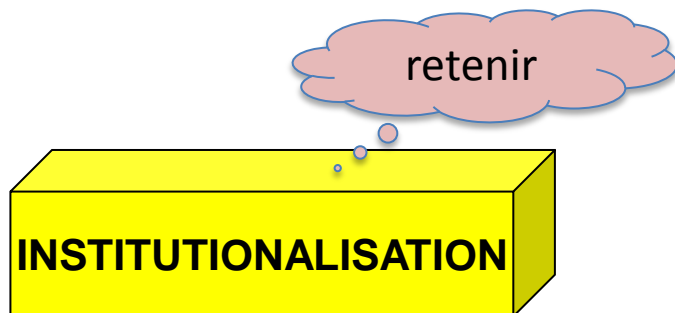




langage spontané en situation



langage progressivement étayé et enrichi



langage précis respectant des conventions

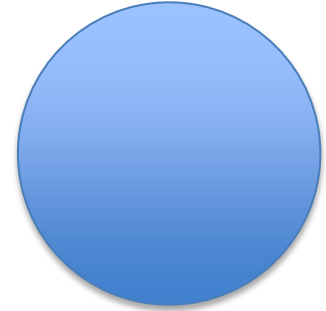
temps de parole

enseignant

élèves

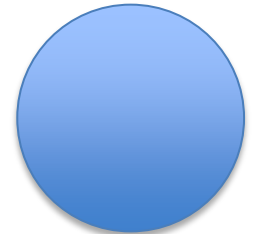
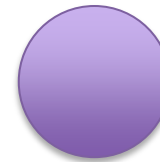
FORMULATION

langage spontané
en situation



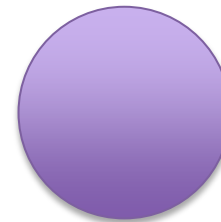
VALIDATION

langage
progressivement
étayé et enrichi

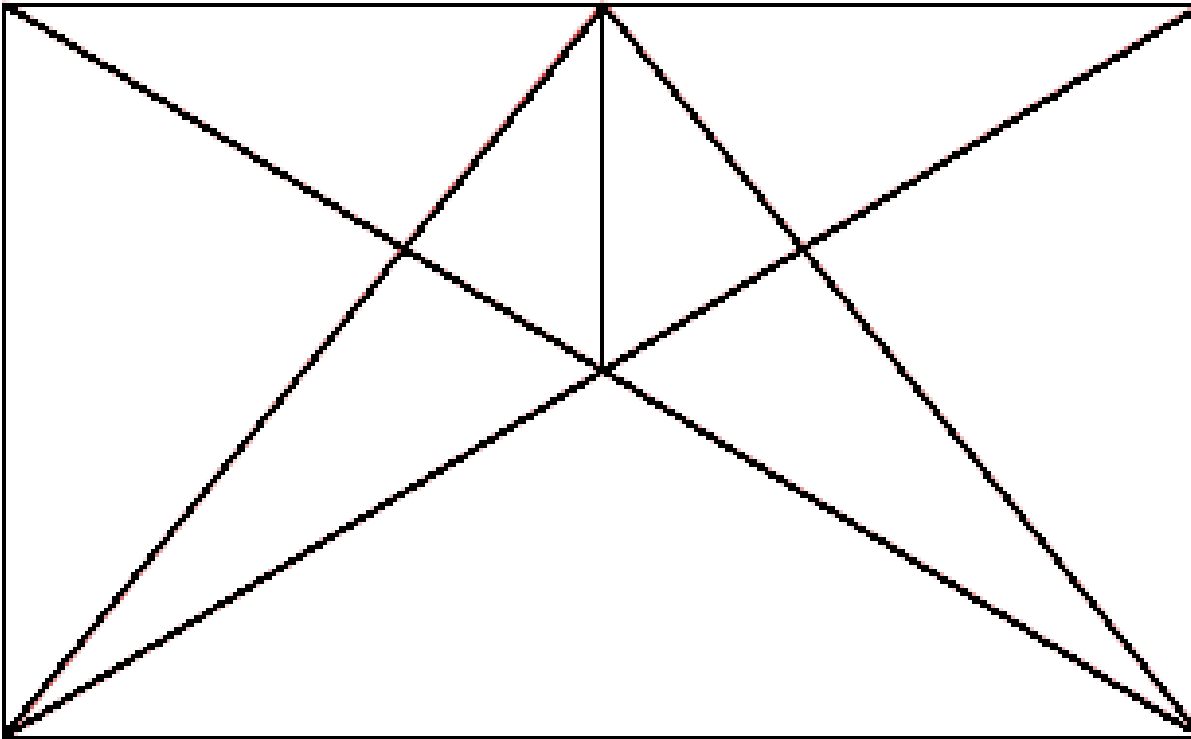


INSTITUTIONALISATION

langage précis
respectant des
conventions



Combien pouvez-vous trouver de triangles à l'intérieur de cette figure ?



FORMULATION

VALIDATION

INSTITUTIONALISATION

Existe-t-il un langage spécifique aux mathématiques ?

des signes, des mots et des règles

REPRÉSENTER LES OBJETS MATHÉMATIQUES

$$2 + 3 = 5$$

$$x^2 + \frac{x}{5} - 17 = 0$$

$$\sqrt{3 + x}$$

$$\int_a^b (3x - 7) dx$$

L'écriture symbolique des mathématiques doit s'apprendre **progressivement**.

Cet apprentissage comprend trois dimensions : **vocabulaire**, **sens** et **syntaxe**.

vocabulaire

L'acquisition du vocabulaire accroît la capacité de l'élève à se repérer dans le monde qui l'entoure, à mettre des mots sur ses expériences, ses opinions et ses sentiments, à comprendre ce qu'il écoute et ce qu'il lit, et à s'exprimer de façon précise et correcte à l'oral comme à l'écrit.



On n'apprend pas une langue par le seule capitalisation d'un vocabulaire.

un exemple avec les programmes du C3

CE2

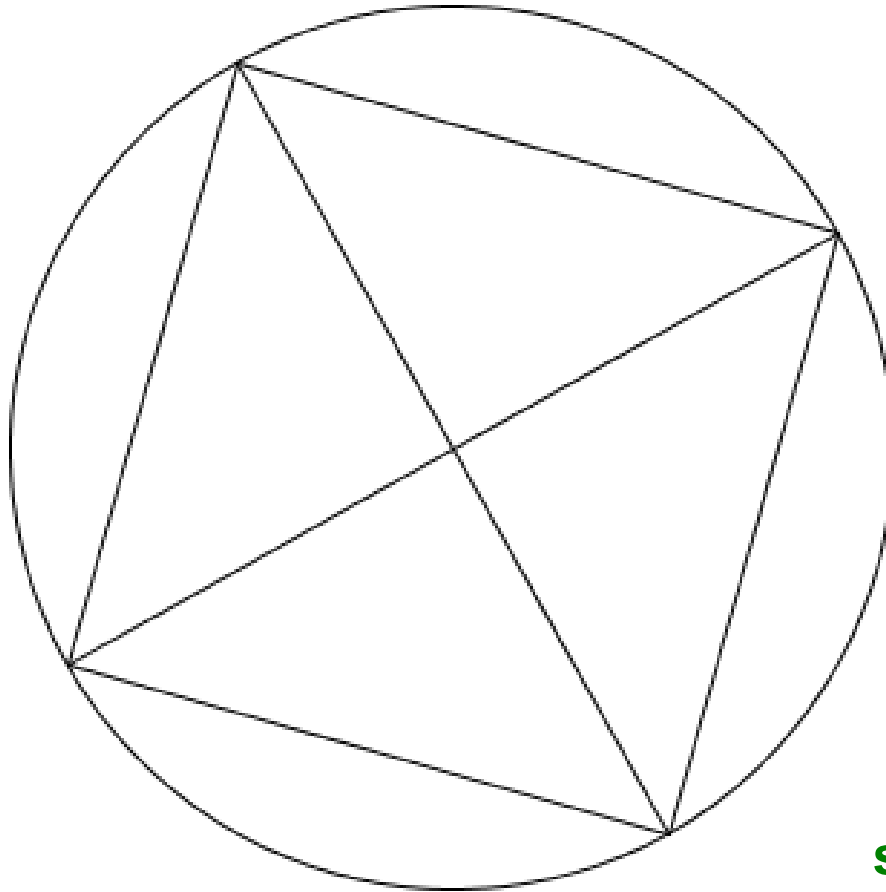
Utiliser en situation le vocabulaire :

côté, sommet, angle, milieu.

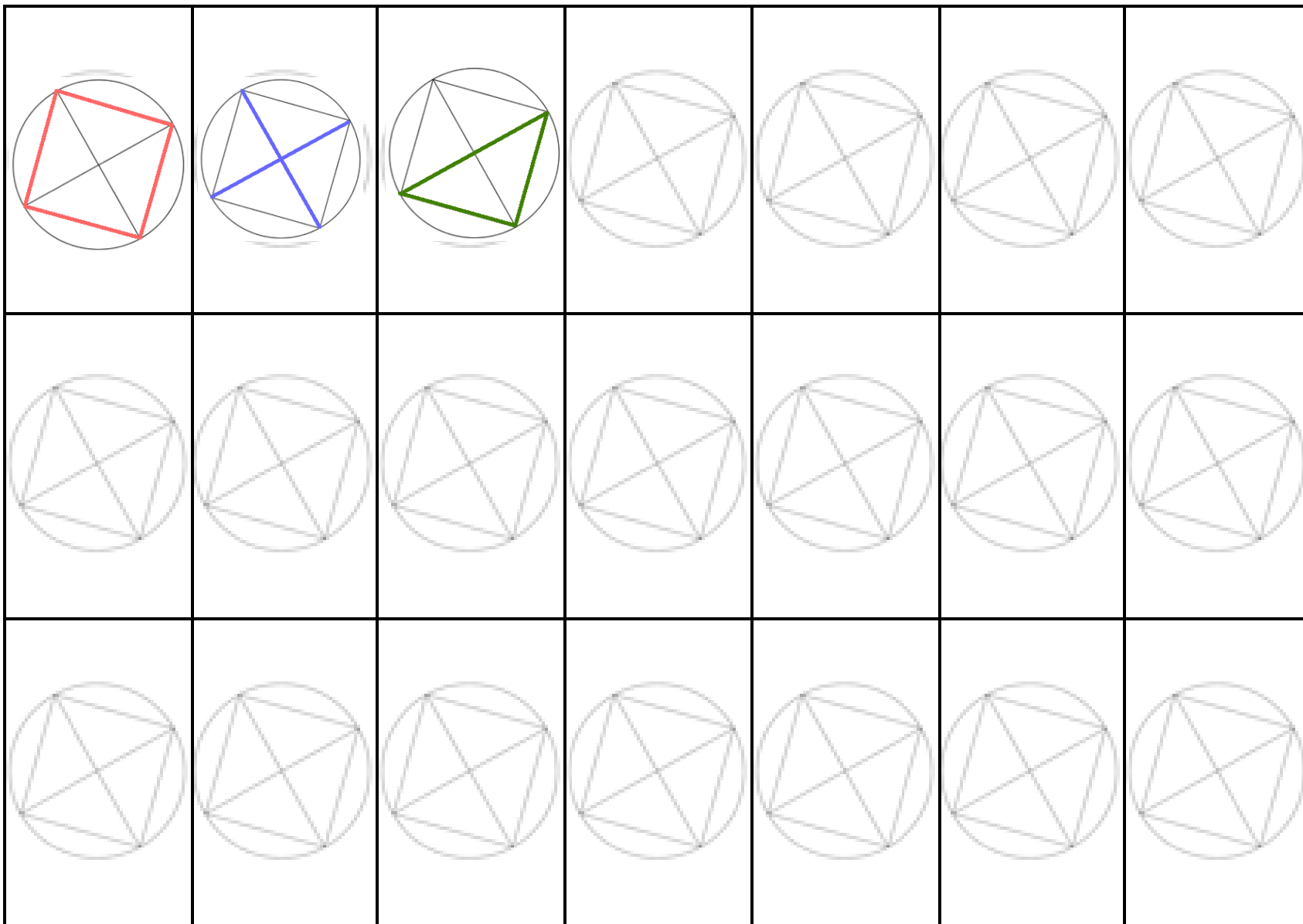
CM1

Utiliser en situation le vocabulaire géométrique :

points alignés, droite, droites perpendiculaires, droites parallèles, segment, milieu, angle, axe de symétrie, centre d'un cercle, rayon, diamètre.



angle droit
arc de cercle
axe de symétrie
carré
centre
cercle
côté
diagonale
diamètre
intersection
parallèle
parallélogramme
perpendiculaire
points alignés
rayon
rectangle
segment
sommet
triangle
triangle isocèle
triangle rectangle



sens

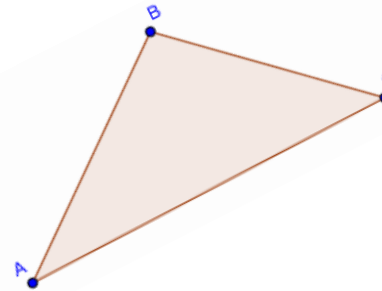
comprendre :

utiliser des connaissances
mobiliser des savoirs faire
mettre en lien
raisonner

un même mot, plusieurs choses...
spécificité des contextes d'expression

Qu'est-ce qu'un **sommet** ?

*Un seul
sommet par
montagne : il
est situé en
haut par
définition.*



*Trois **sommets**
dans un
triangle : sans
lien avec
l'orientation
de la figure.*

un même mot : plusieurs sens

effet de contexte

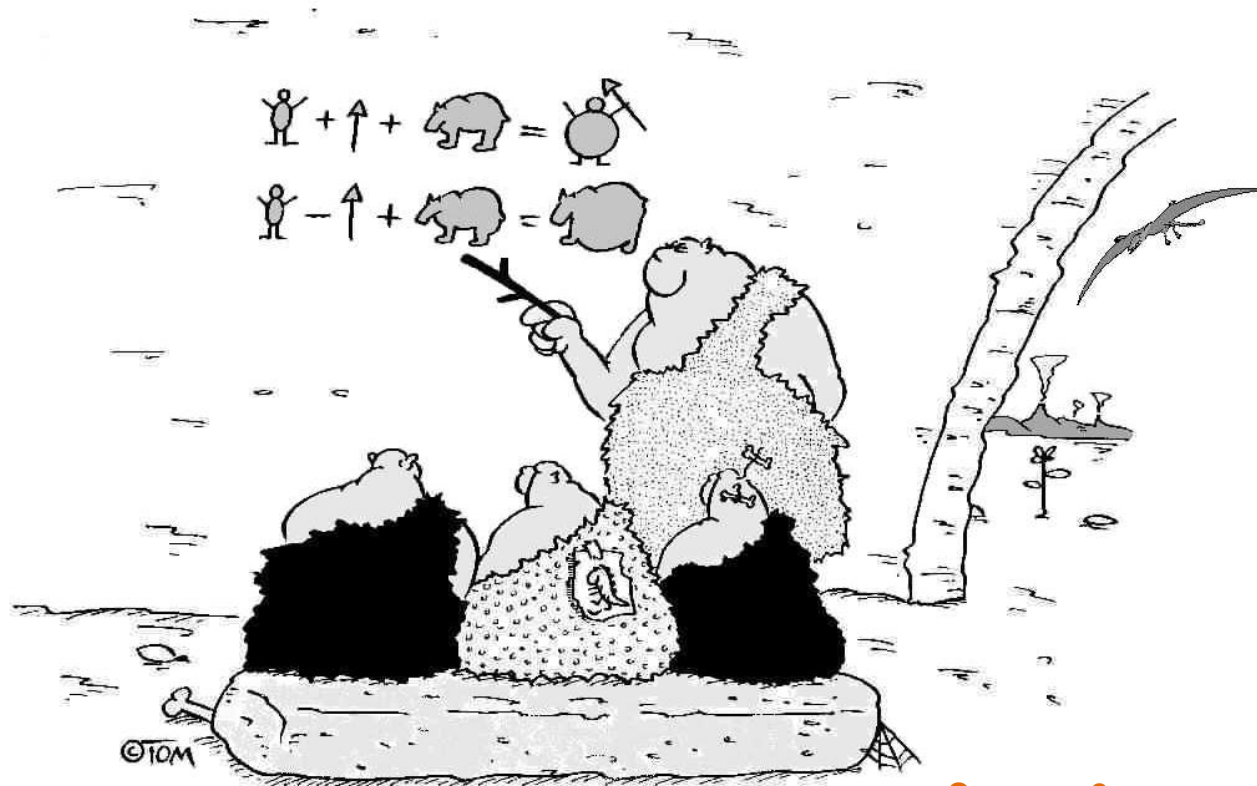
Que veut dire "être droit" ?

- langage naturel** le mot *droit* peut s'opposer à *penché* : en référence à se tenir droit
- géométrie** *droit* signifie *aligné*, si l'on parle d'un trait on peut donc dire à la fois droit et penché
- mesure angulaire** droit caractérise une certaine ouverture de l'angle qui se mesure 90 en degrés

syntaxe

se faire comprendre :

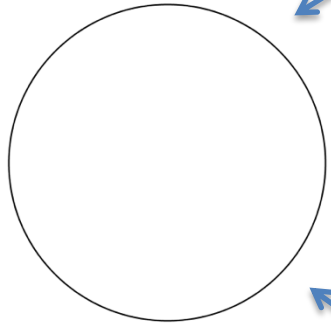
- en respectant des règles
- en utilisant des conventions d'écriture



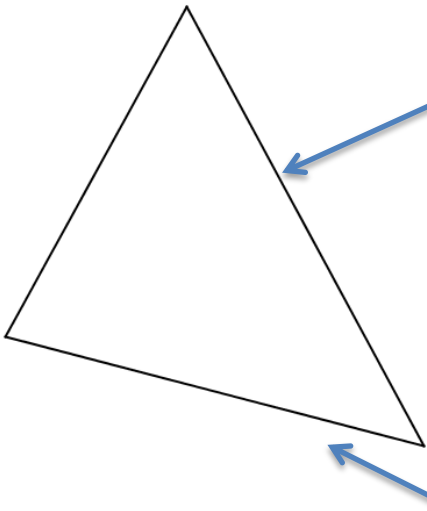
Les règles et les conventions permettent la communication entre individus qui doivent se comprendre.

Elles peuvent alternativement :

- remplacer progressivement un langage spontané provisoire,
- précéder un langage inadapté, incorrect ou incohérent.



un rond est une dénomination provisoire acceptable
elle sera remplacée progressivement par ***un cercle***



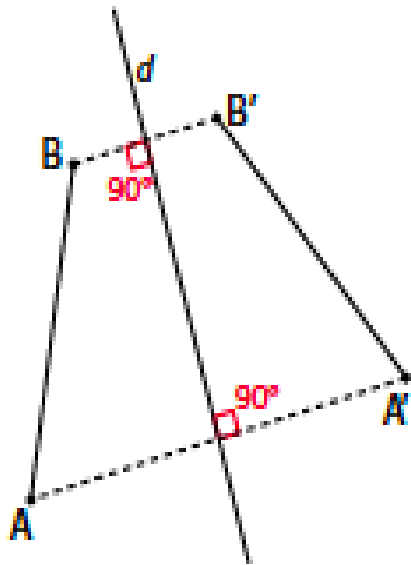
un carré est une dénomination erronée non acceptable
elle doit être remplacée au plus tôt par ***un triangle***

Les règles d'écriture (ou de langage oral)
concernent les articulations entre les mots.



Leur mise en œuvre ne doit pas
attendre que des automatismes
ou constructions erronées se
stabilisent.

des mots à leur place



Le point B' est le du point B
par rapport à la droite

Le $[B'A']$ est le
du segment par rapport à la (d).

Les segments $[BB']$ et $[AA']$ sont
entre eux et à la droite (d).

La droite (d) coupe le segment $[AA']$ en son

Dans cette figure, on peut trouver angles droits.



MAGNARD

CHAPITRE 3

QUELQUES DIFFICULTÉS...

échanger,

signes et objets,

vocabulaire, sens et syntaxe

ÉCHANGER

Apprendre à plusieurs...

interactions sociales dissymétriques



Tout acte de communication basé sur des interactions entre individus comporte plusieurs dimensions :

- relationnelle,
- affective,
- psychologique.



Ces dimensions sont toutes susceptibles de masquer les capacités langagières.

l'activité mathématique dans la
démarche de résolution de
problème



chercher ensemble



dialoguer



expliquer



interroger



convaincre



difficultés d'apprentissage



accepter l'opinion d'autrui

comprendre et écouter

assumer ses choix

exposer ses doutes

se confronter aux autres



difficultés d'enseignement

incertitude

débat

contradictions

➔ pour l'enseignant comme pour l'élève cela signifie : "prendre des risques"

enseignement :
le contrôle de la situation
est plus délicat du fait des
interactions

apprentissage :
accepter l'inconnu du
chemin à suivre et des
connaissances en jeu

➔ **Vers un rôle différent pour l'enseignant**

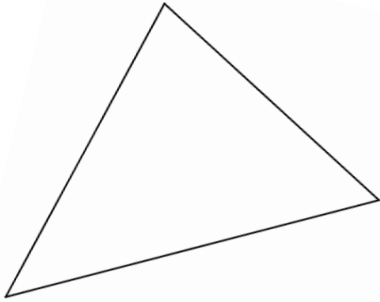
Enseigner les mathématiques
c'est accompagner l'activité des
élèves :

- les actes : observer
- les mots : écouter
- la pensée : comprendre

SIGNES ET OBJETS



Les mathématiques existent à travers les signes qui **représentent** des objets.



Cette figure est un triangle particulier.

Ce n'est pas l'objet idéal *triangle*.

difficulté :

Pour un même objet on peut utiliser plusieurs types de signes.

icône

symbole

indice

des signes différents pour un même objet (référent) :

icône



représentation sous
forme imagée proche
du réel

symbole

trois

3

représentation
symbolique éloignée de
la réalité

indice

$$x - 3 = 0$$

$$1 + 2$$

représentation qui
suggère

VOCABULAIRE, SENS ET CONTEXTE

quelle difficulté : lecture et/ou mathématiques ??

À l'école les élèves sont fréquemment sollicités pour travailler sur des tâches qui leur sont communiquées par écrit.

Il faut veiller à ce que les difficultés de **lecture** ne viennent pas gêner les progrès en mathématiques dont les élèves sont capables.

Le travail mathématique devient possible au moment où l'élève a compris la situation évoquée et la question posée !

Lire en mathématiques

Un restaurateur achète des melons
qu'il a l'intention de servir par moitiés.
Il achète 8 caisses de 12 melons.

Il s'aperçoit qu'il doit jeter 4 melons
trop abîmés pour être servis.

Combien pourra-t-il servir de clients ?

vocabulaire

contexte

formulation

CHAPITRE 4

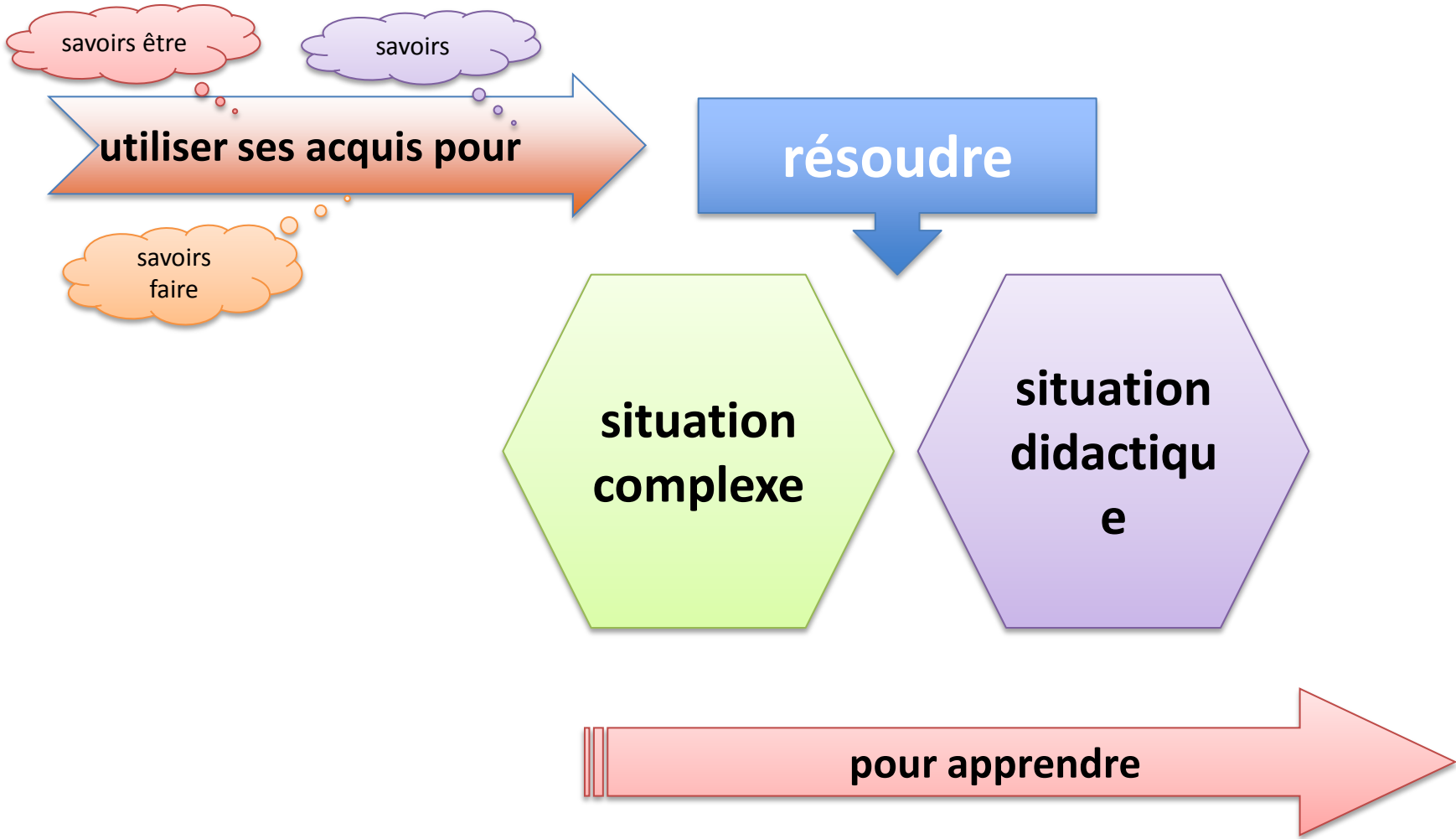
Une situation complexe en CLIS



un exemple de situation d'apprentissage complexe

rechercher les polyèdres réguliers...

quelle drôle d'idée !



contexte de l'expérimentation

	cycle ≈	niv. scol. mathématiques ≈	classe de référence	âge	type de handicap	suivis particuliers
Ry	3	CE2	CM1	11	TFC	psycho. (CMP)
De	3	CE2	CE2	11	TFC + TSL	orthophonie
Je	3	CE2	CM2	12	TFC	demande suivi AS
Ju	2	CE1	CE1/CE2	10	TFC	
An	3	CE2	CM2	12	TFC	
Hi	3	CE1	CM2	11	TFC + dyscalculie ?	
Ma	2/3	CE1	CE1	11	TFC + TDP	psychologique
Gr	2	CP	CE1	10	TFC + DV légère	psycho. + ortho. + ES
Jo	2	GS mat.	CE1	9	TFC + phobie scolaire	psycho. + psycho. motricité + orthophonie
Ba	3	CE2	CE2	11	TFC	orthophonie
Sy	3	CE2	CE2	11	TFC	
Fl	3	CE2	CM1	12	TFC + TSL + dyspraxie	psycho. + psycho. motricité + orthophonie

Objectifs poursuivis (pour la séquence)

- Utiliser le vocabulaire de la géométrie dans l'espace : face, arête, sommet, solide, polyèdre, côté, angle, volume (vs à plat)
- Commencer à dégager quelques notions clés en géométrie : en terme de relations, de propriétés et éventuellement de classification.
- Découvrir, agir et expérimenter avec un matériel spécifique pour des activités scientifiques.
- Développer les échanges langagiers de type énonciatifs puis argumentatifs.

séance 1 : "la bataille de solides"

Consignes écrites au tableau :

Jeu : bataille de solides

1/ Chaque équipe doit construire des solides complètement fermés tous différents et essayer de leur donner un nom. Il faudra ensuite préparer leur description (dire comment et avec quoi ils sont construits).

2/ Bataille

Un élève de l'équipe A choisi un solide et le présente à l'équipe B. Si l'équipe B n'a pas construit le même solide, l'équipe A marque un point, sinon il y a match nul. C'est ensuite au tour de l'équipe B de présenter un solide.

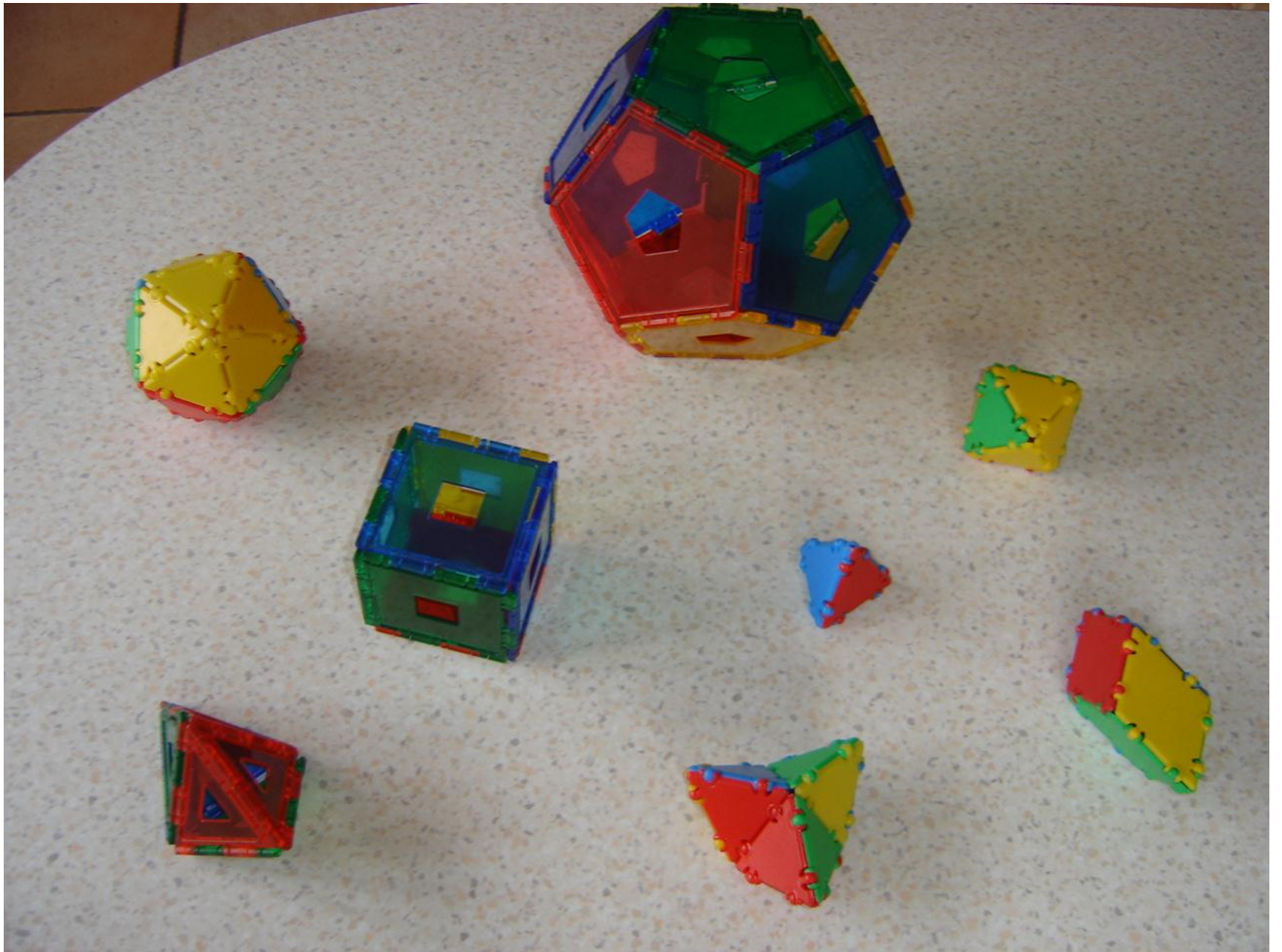
séance 1 : "la bataille de solides"

Déroulement de la séance :

- Lecture de la consigne par l'enseignante : 3 minutes
- Temps d'appropriation et d'explicitation collective : 5 minutes
- Recherche : 30 minutes
- Mise en commun (bataille) : 30 minutes

mots spontanément utilisés lors de la mise en commun (fréquence très importante) :

forme – rond – carré



séance 2 : "recherche des solides parfaits"

Le maître du donjon possède des pouvoirs magiques avec lesquels il jette des sorts. Pour cela il utilise des objets mystérieux qui lui servent de dés. Mais personne ne sais combien il en a. Une seule chose est sûre : les objets mystérieux sont tous des solides parfaits. Seule une chouette connaît les plans de ces solides parfaits. Elle sait que chaque solide est fabriqué avec des faces identiques et régulières (leurs côtés et leurs angles sont égaux comme dans le carré). Elle sait aussi que les faces d'un solide parfait sont toutes identiques.

Le maître du Donjon vit dans un château dont lui seul connaît l'entrée. Personne ne peut y pénétrer. C'est le plus grand sorcier de tous les temps, il possède des pouvoirs magiques importants avec lesquels il jette des sorts.

Pour cela, il utilise des objets mystérieux qui lui servent de dés. Mais, personne ne sait combien il en a. Une seule chose est sûre : les objets mystérieux sont tous des solides parfaits.

Seule une chouette connaît les plans de ces solides parfaits.

Chaque solide parfait est fabriqué avec des faces identiques et régulières (leurs côtés et leurs angles sont égaux comme dans le carré).

Elle sait aussi que les faces d'un solide parfait sont toutes identiques.

Pouvez-vous dire combien le maître du Donjon possède de dés magiques ?



Pouvez-vous dire combien le maître du Donjon possède de dés magiques ?

Déroulement

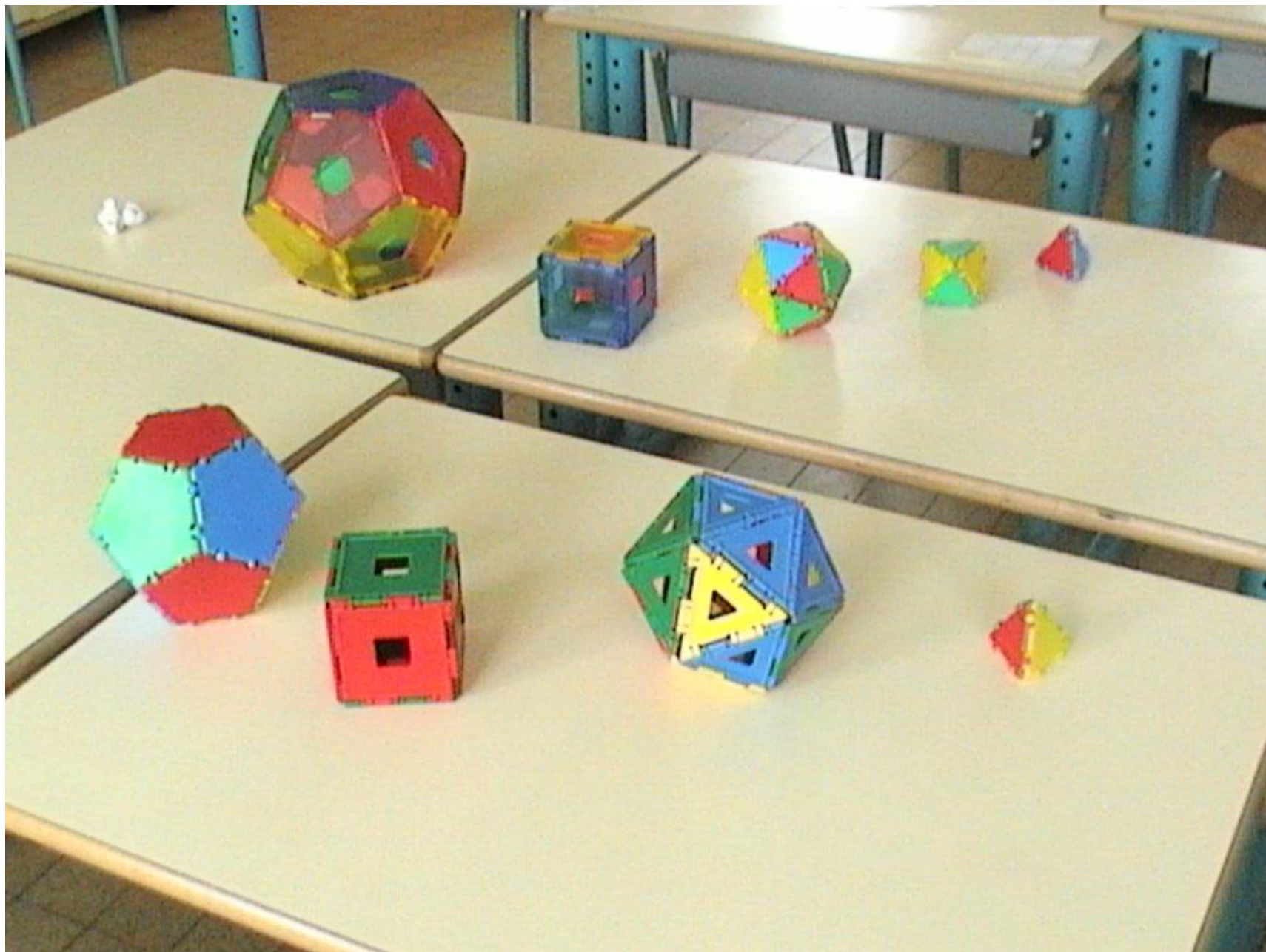
La séance est découpée en deux temps distincts séparés par une récréation.

recherche :

- Lecture collective de la consigne : 3 minutes
- Temps d'appropriation et d'explicitation : 5 minutes
- Temps de recherche en groupes : 35 minutes
- Mise en commun en groupes (préparation de la communication) : 15 minutes

présentation des travaux :

- Chaque groupe présente ses résultats : 2 x 15 minutes
- Temps de questionnement d'un groupe à l'autre : 20 minutes
- Débat autour de la solution à cette énigme.



Séances connexes

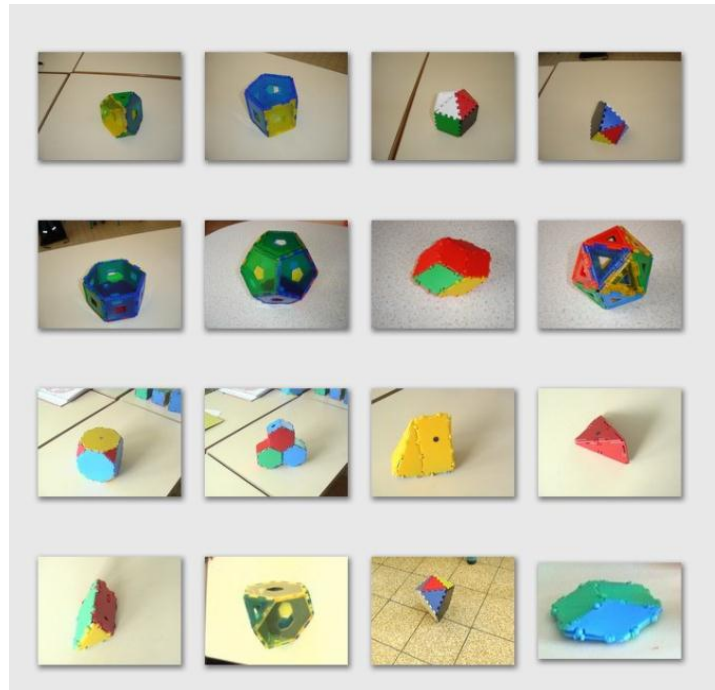
six séances connexes ont été consacrées au projet de travail sur les polyèdres.

→ apporter un témoignage sur les conséquences pédagogiques suite à la mise en œuvre de la situation didactique proposée

→ confirmer l'hypothèse émise sur la valeur ajoutée pour l'enseignement de la prise en compte de la dimension expérimentale des mathématiques

Dessins des solides construits

Le jeu de la bataille des solides a permis de nombreuses constructions originales. Ces productions émanant de l'intuition et des expériences des élèves catalysées par le contexte de la situation.



Les solides proposés étaient tous issus de leurs propres constructions établies lors du jeu de la bataille des solides.

Malgré la difficulté que représente une telle tâche, tous les élèves ont produit des dessins certains en ont même effectué plusieurs.



01



02



03



04



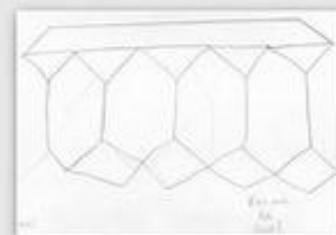
05



06



07



08



09



10



11

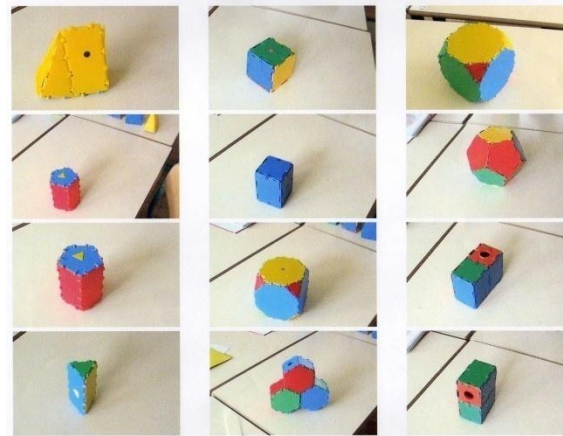
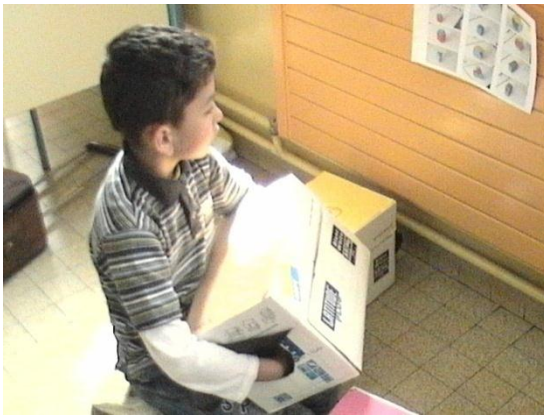


12

Jeux de Kim

jeu de reconnaissance des propriétés par le toucher
→ procéder à la comparaison du toucher des solides
cachés dans un carton avec des représentations
iconographiques

(photos prises des solides construits par les élèves dans
la séance 1).



intérêt en ASH : pas de langage oral, observation
visuelle indirecte, renforcement du sens du toucher

Jeux de Kim

intérêt mathématique et didactique :

Dans le cas de ce jeu de Kim, ce sont les notions d'arête, de sommet et de faces qui permettent l'association des deux représentations d'un même objet. Il est possible de vérifier si ces savoirs sont acquis ou en cours d'acquisition en étudiant la réussite individuelle de chaque élève dans l'activité.

résultat :

Sur les douze élèves, tous ont effectué cet atelier avec un taux de réussite relativement important (un maximum de trois erreurs pour deux élèves).

Constructions libres en atelier

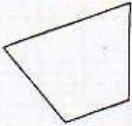




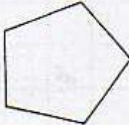
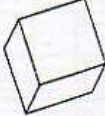
Donner la possibilité aux élèves de renforcer leurs expériences par l'utilisation du matériel. Des ateliers ont été mis à leur disposition en "fond de classe" afin de laisser libre cours à leur expression esthétique et à leurs expériences mathématiques. De nombreuses photos ont été prises de ces productions afin de constituer un album pour la classe.

Institutionnalisation

A l'issue des deux temps de recherche sur les polyèdres, on établit une trace écrite pour les élèves afin de mettre en mémoire les principaux termes de vocabulaire et leur signification.

La trace consiste à désigner et à décrire des solides, mais porte également sur les propriétés des figures planes.

→ C'est par la correspondance entre le mot, l'icône et les propriétés que l'on définit l'objet

un polygone		est une figure qui a plusieurs côtés
un carré		est une figure qui a 4 côtés égaux et 4 angles droits .
un polyèdre		est un solide qui a plusieurs faces
un octogone		est une figure qui a 8 côtés
un hexagone		est une figure qui a 6 côtés
un pentagone		est une figure qui a 5 côtés.
un cube		est un solide qui a 6 faces régulières. Chaque face a 4 côtés égaux et 4 angles droits .

Evaluation

Une évaluation individuelle a été réalisée avec chaque élève en fin de séquence sur les polyèdres afin de posséder une trace objective des apprentissages des élèves (ici les connaissances lexicales).

Il s'agit essentiellement d'observer les compétences de construction d'un solide donné et de quantifier l'utilisation du vocabulaire employé à l'oral pendant cette construction.

consigne pour l'enseignant :

On dispose devant l'élève les cinq solides de Platon construits. Dire :
choisis en un; décris le, puis essaye de le refaire en disant ce que tu fais.
Présenter ensuite les 5 images et dire :
replaces les solides à côté de leur image.

solide choisi par l'élève :

cube	tétraèdre	octaèdre	icosaèdre	dodécaèdre
------	-----------	----------	-----------	------------

vocabulaire utilisé (cocher à chaque utilisation)

vocabulaire géométrie 2D	angle	
	côté	
	carré	
	triangle	
	forme	
	hexagone	
	polygone	
vocabulaire géométrie 3D	cube	
	sommet	
	face	
	arête	
	volume	
	solide	
	polyèdre	
	pyramide	
autres noms :		

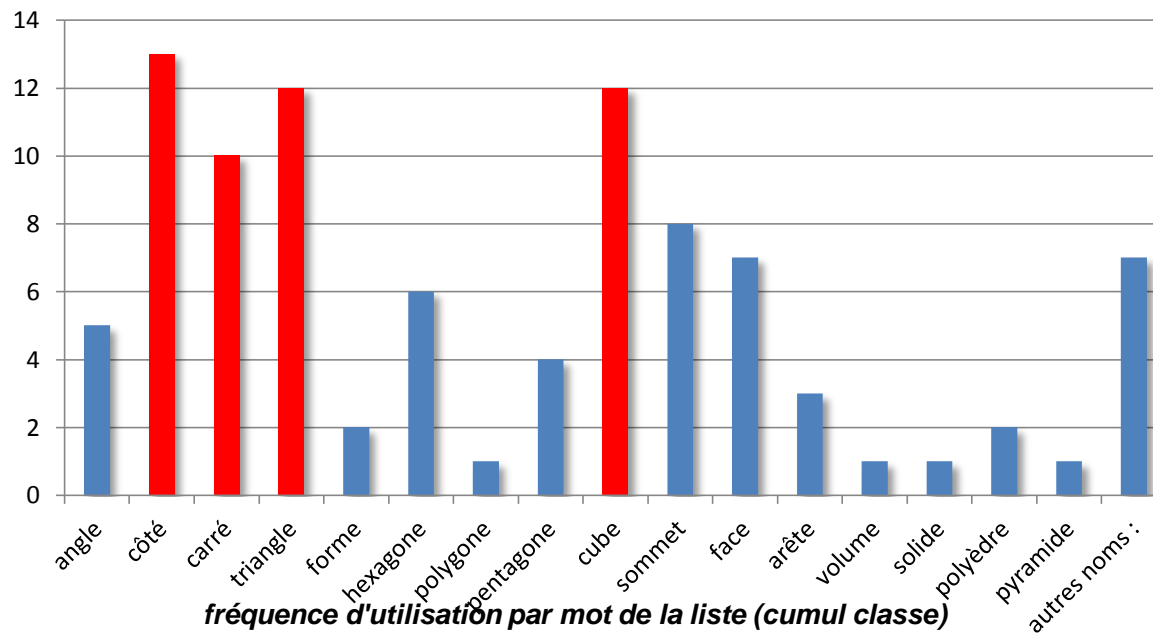
erreurs repérées :

carré à la place de cube	
côté à la place de face	
truc, machin ou chose	

construction réussie : OUI NON

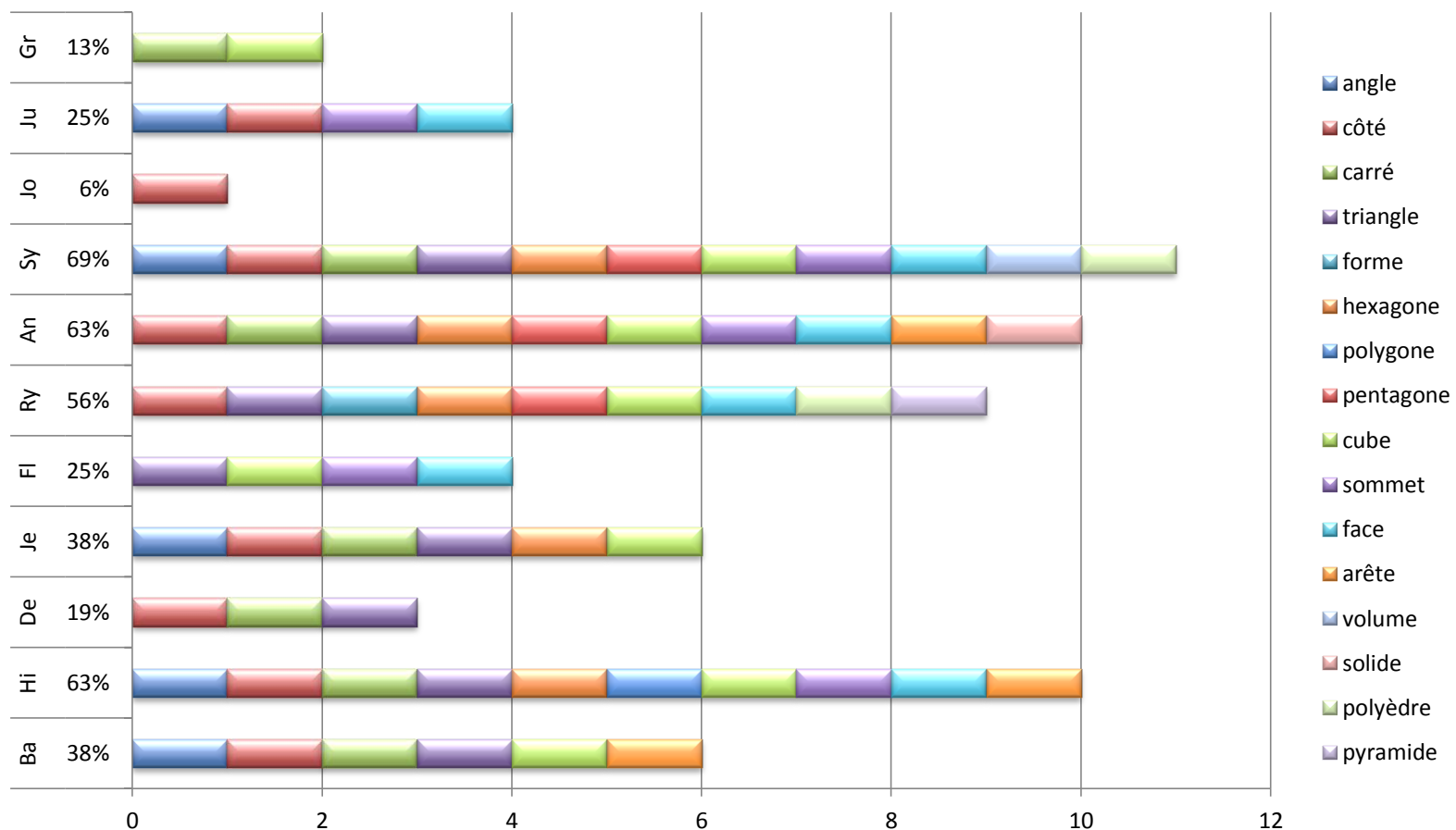
vocabulaire exprimé : résultats collectifs de la classe

Utilisation spontanée (soit sollicité par le questionnement soit employé spontanément pour décrire) du vocabulaire en situation de construction. Une liste de 16 mots attendus est présente dans le protocole.



vocabulaire exprimé : résultats individuels

pourcentage de mots employés de la liste



quelques points d'observation



apprendre par la médiation du geste

modélisation : de la perception à la signification

les surprises didactiques

validation et preuves



"Continuez à faire pétiller les cerveaux à travers les mathématiques, à susciter les intelligences des êtres et des choses en donnant aux élèves le goût de savoir et d'apprendre."

merci de votre attention



Thierry DIAS, HEP Lausanne

thierry.dias@hepl.ch



<http://perso.orange.fr/dias.thierry/>