

## Matrice d'apprentissage Grandeurs et mesures Longueur, masse, contenance, volume, aire, angle

### Descriptif

**Cette matrice est une progression générique d'apprentissage des grandeurs et mesures. Elle définit les composantes incontournables de l'apprentissage afin qu'elles puissent être intégrées de manière spiralaire du cycle 1 au cycle 3. Dans premier temps, les grandeurs sont travaillées pour elles-mêmes indépendamment de la mesure. Une fois la grandeur bien identifiée et discernée des autres, une puis plusieurs mesures associées sont introduites.**



**En multiples occasions - Associer plusieurs grandeurs à un même objet :**

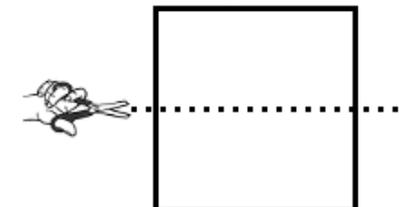
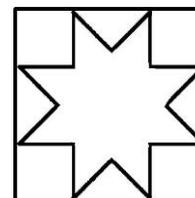
### Observer et comparer :

- a) Observer un objet ou comparer plusieurs objets selon différents points de vue (leur masse, leur volume, les mesures de longueurs etc.)
- b) Constater que l'on peut associer plusieurs grandeurs à un même objet.
- c) Savoir identifier de manière précise les critères de comparaison (critères portant sur des longueurs, des masses, des contenance etc.)
- d) Savoir dissocier des grandeurs
- la masse et le volume en manipulant des matériaux de densité différente.
  - la hauteur (longueur) et la contenance en manipulant des bouteilles de formes différentes
  - dissocier l'aire du périmètre d'une surface en les confrontant pour bien les différencier par exemple :
    - comparer l'aire et le périmètre d'un carré et d'une étoile à 8 branches inscrite dans le carré
    - des figures peuvent avoir un même périmètre sans que l'on puisse en déduire de lien concernant leurs aires.
    - Si l'on partage un carré en deux rectangles superposables, ces rectangles ont une aire deux fois plus petite, mais il n'en est pas de même pour le périmètre.

a) Un objet peut être plus haut, moins large et plus léger qu'un autre

d)

aire des faces, volume, masse	pavé polystyrène, pavé bois et brique pleine
masse, hauteur, volume	





## En résolution de problèmes

### Lexique spécifique associé aux grandeurs et contrôle de la vraisemblance du résultat

Une même grandeur peut être désignée par des mots différents porteurs d'un sens précis comme par exemple la grandeur longueur.

La compétence à estimer une mesure est systématique mobilisée pour contrôler la vraisemblance du résultat trouvé en prenant appui un répertoire de mesures de référence construit par les élèves.

Identifier que « haut » et « large » font référence à la notion de longueur et que « léger » fait référence à la notion de masse au cycle 2

Largeur d'une route, largeur et hauteur d'un meuble, épaisseur d'une rame de papier, altitude d'un sommet, profondeur d'une piscine, distance entre 2 villes etc.

## 1. Comparaisons sans mesurage : construction du sens de la grandeur

### 1.1 Comparaison sans mesurage - Comparaison directe des objets :

En PS et MS, travailler sur les caractéristiques des objets. Dans un premier temps les doter de catégories simples, dichotomique permettant de classer les objets (petit/grand, lourd/léger, arrondi/pointu...) En multipliant ces activités, on amène les enfants à mieux distinguer divers types de critères: forme, taille, masse, contenance...

Dans les cycles suivants

- Passage d'une estimation des grandeurs où le deuxième terme n'est pas explicite (virtuel, subjectif ou affectif) à l'introduction du deuxième terme de la comparaison, « plus long que, plus court que, ... ».

- Classement d'objets d'apparence différente selon un critère donné par comparaisons directes juxtaposition, superposition pour les longueurs, les angles, superposition, découpage recollage des surfaces pour les aires ; transvasements du contenu d'un récipient dans un autre pour les contenances ; soupesage

- Estimer et vérifier qu'un angle est droit, aigu ou obtus au cycle 3.



D'objet à objet

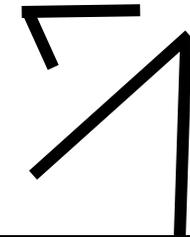
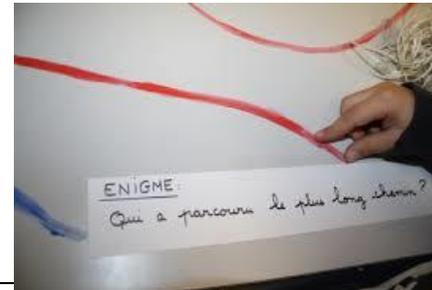
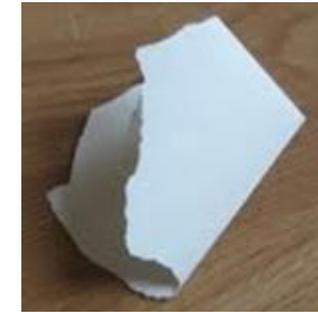
## 1.2 Comparaison sans mesurage - Comparaison indirecte :

### a) Par comparaison indirecte avec un objet intermédiaire :

- bande de papier ou de ficelle servant de gabarit
- masse fixée servant d'étalon
- utilisation d'un troisième récipient pour déterminer laquelle des deux bouteilles a la plus grande contenance
- ou transformation de l'un des objets pour le rendre comparable à l'autre (par exemple, déroulement d'une ligne non rectiligne pour comparer des périmètres)
- Les angles

Au cycle 2, premiers contacts à travers les figures de base, angle droit défini comme « un coin du carré », gabarit d'angle droit au cycle 2 (coin du carré), équerre, gabarits d'angles, superposition par calque,

Au cycle 3 Aborder l'angle comme « l'ouverture » définie par deux demi-droites de même origine. Comprendre que l'angle ne change pas lorsque l'on prolonge ces demi-droites alors que visuellement la portion de plan définie est différente. Identifier des angles dans une figure géométrique etc.



### b) Avec un instrument

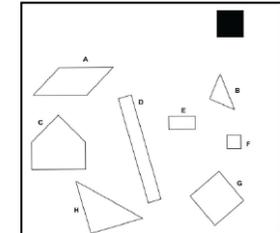
Utilisation de la balance Roberval, balance à fléau pour les masses, du compas pour les longueurs, etc.



## 2. Mesurage : Déterminer combien de fois une grandeur à mesurer « contient » une grandeur référente (l'unité)

### 2.1 Comparaisons à l'aide de rapports simples

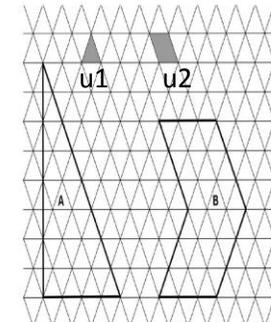
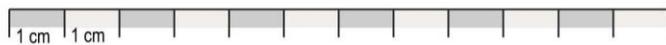
2 fois plus long, longueur double, moitié de longueur, 3 fois plus lourd, 2 fois plus longtemps, 3 fois plus d'eau, aire 2 fois plus grande etc.



### 2.2 Mesurer par report et comptage d'unités élémentaires

Notion d'unité : grandeur arbitraire prise comme référence pour mesurer les grandeurs de la même espèce

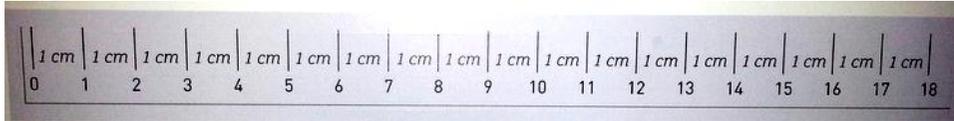
- mesurer c'est compter : à l'aide de plusieurs objets de même grandeur (baguettes toutes identiques pour comparer les longueurs de deux lignes tracées au sol, cubes de même masse, unités d'aires etc.)
- constater que le nombre dépend de l'unité de référence : jeux de message avec étalons différents ; détermination de la mesure avec des unités différentes ;
- compter avec des unités usuelles : activités de mesurage avec des instruments où l'on compte dans les unités introduites ; introduction des premières références liées aux unités étudiées



Aire de A = ...u1  
 Aire de A = ...u2

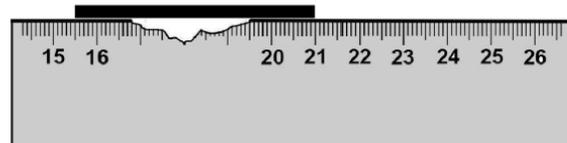
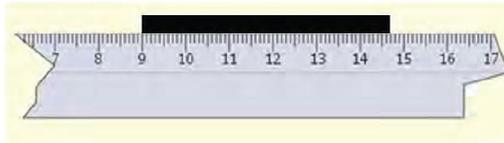
### 2.3 Mesurer à l'aide d'instruments où on lit

a) passage de l'instrument où l'on compte à celui où on lit



La règle graduée en cm : un cas particulier de la demi-droite graduée  
Nécessité d'une origine pour situer le début du premier intervalle.

- b) interroger ou réinterroger le statut du repère 0 (l'origine, le « à partir de ») sur différents instrument
- c) Utiliser des outils tronqués



## 2.4 Mesurer à l'aide d'instruments usuels

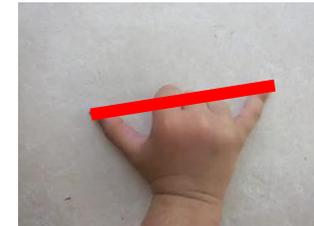
- Utilisation d'instruments de mesure dans des situations variées, adapter le choix en fonction de l'objet (ordre de grandeur) ou en fonction de la précision souhaitée, exprimer une mesure avec l'unité adaptée.
- activités de comparaison, de rangement, de tri nécessitant le mesurage.
- activités de mesurage en mathématiques et dans les autres domaines disciplinaires.



Le double-décimètre	
Grandeur mesurée	La longueur
Unités	cm et mm
Longueur mesurée maximale	20 cm
Gradué de	mm en mm et de cm en cm
précision	au mm près

## 2.5 Constitution d'un répertoire de mesures de référence, estimation et encadrement de mesures

- Au cycle 2, constitution par les élèves d'un répertoire de mesures de référence servant de référent pour estimer d'autres mesures. Continuer à faire vivre ce répertoire au cycle 3 en l'enrichissant et en élargissant les connaissances à des unités moins préhensibles (km, t, km<sup>2</sup>, etc.). Pour les mesures d'aires et de volumes, commencer par de petites unités facilement « visibles » et « accessibles » comme le cm<sup>2</sup>, m<sup>2</sup>, L puis compléter au long du cycle par des valeurs de référence pour de plus grandes unités : m<sup>3</sup>, ares, hectares, km<sup>2</sup>.
- Au cycle 3, poursuite du travail d'estimation de longueurs et de masses en l'élargissant à des objets ou distances moins accessibles (t, km).
- Vérifier les estimations à l'aide d'un instrument lorsque cela est possible. En résolution de problème, estimer l'ordre de grandeur du résultat et porter un regard critique devant un résultat incohérent.
- Activités d'encadrement de mesure : encadrer une grandeur entre deux nombres entiers ou décimaux.



### Répertoire de mesures de référence :

Pour l'unité et mesure de grandeurs d'objet de la vie courante ou de la vie de classe

- interligne d'un cahier : 2 mm
- largeur d'une feuille de papier : 21 cm
- longueur d'un stylo environ 15 cm
- longueur, largeur de la cour
- distance de l'école à un lieu référent

**etc**

## 2.6. Etude des caractéristiques communes entre le système de numération et le système métrique

- a) Exprimer une mesure dans une ou plusieurs unités choisies ou imposées.
- b) Les tableaux des unités sont des outils efficaces pour institutionnaliser la suite des préfixes dès le CM.
- c) Relation entre les différentes unités sur les entiers et les décimaux: faire le lien entre les unités de numération et les unités de mesure (dixième/dm/dg/dL, centième/cm/cg/cL/centimes d'euros, etc.

Les préfixes utilisés pour les unités (de milli à kilo-) doivent être connus des élèves en fin de cycle 3. L'utilisation de ces préfixes permet, tout au long du cycle, de renforcer le travail sur les nombres entiers et décimaux. La compréhension de leur sens permet d'établir les relations entre les unités nécessaires aux conversions.

**LES NOMBRES ET LES UNITES DE GRANDEURS**

fin CM1 et CM2	les multiples										les sous-multiples		
	X...	X...	X...	X...	X 1 000 000	X 100 000	X 10 000	X 1 000	X 100	X 10	: 10	: 100	: 1000
La numération	e.	d.	u.	c.	d.	unités	centaines	dzaines	unités	dzaines	centaines	unités	millièmes
Les préfixes	milliards			millions			milliers			unités simples			
mesures de longueur							kilo	hecto	déca		déci	centi	milli
mesures de masses				t	q	kg	hg	dag	g	dg	cg	mg	
mesures de capacités							hL	daL	L	dL	cL	mL	



### 3. Changement d'unités

- a) Motivées lors de la résolution de problèmes  
 b) Les conversions sont aussi travaillées en calcul mental et calcul en ligne.  
 c) Le travail technique s'appuyant sur des exercices décrochés, pour garder son sens doit toujours rester dans des situations proches des besoins de la vie courante.  
 d) Au CM, les conversions s'appuient sur les relations connues entre les unités en prenant appui sur le sens des préfixes et éventuellement sur des unités intermédiaires.  
 e) Si les tableaux des unités sont des outils efficaces pour institutionnaliser la suite des préfixes, les conversions s'appuyant sur les relations connues ou le sens des préfixes restent néanmoins requises, et non l'utilisation mécanique des tableaux de conversions. En 6<sup>ème</sup>, l'utilisation du tableau de conversion pour effectuer des changements d'unités est rencontrée, mais elle n'est en aucun cas systématique et n'est pas la méthode privilégiée.

$$b) 2 \text{ m} + 125 \text{ cm} = 2 \text{ m} + 1,25 \text{ m} = 3,25 \text{ m}$$

$$c) 3 \text{ km} = ? \text{ m} \text{ 😊}$$

$$350 \text{ km} = ? \text{ m} : \text{rarement} \text{ 😞}$$

$$25 \text{ km} = ? \text{ mm} \text{ 🤖}$$

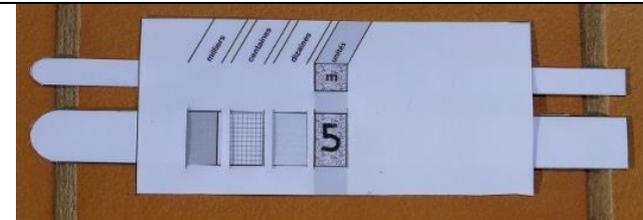
- d) Par exemple dans la recherche du nombre de verres de 20 cL que peut contenir une brick de 2 L de jus ou un camion laitier.

$$1 \text{ hL} = 100 \text{ L} \text{ donc } 135 \text{ hL} = 13\,500 \text{ L}$$

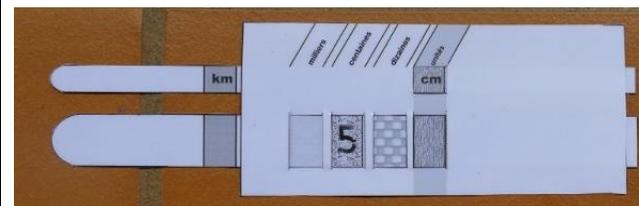
$$1 \text{ L} = 100 \text{ cL} \text{ donc } 13\,500 \text{ L} = 1\,350\,000 \text{ cL}$$

Le document d'accompagnement « Fractions et nombres décimaux au cycle 3 » propose en outil [« le glisse-nombre »](#). Il peut être utile tout au long du cycle 3, voire avant, pour éviter que les élèves construisent des automatismes erronés, éloignés du sens, pour les multiplications ou divisions d'un nombre, entier ou décimal, par 10, 100 ou 1000. Dans la continuité, la mission mathématique vous propose [« le glisse-mesure »](#) au CE2 et au C3 permettant de donner du sens aux changements d'unités en relation avec le système décimal pour les longueurs, les masses et les contenances.

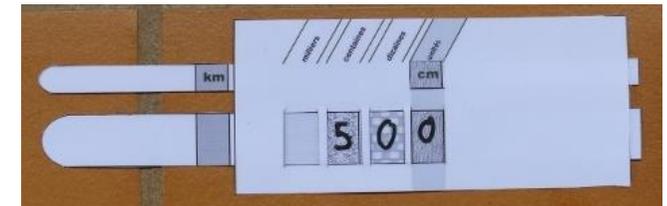
$$5 \text{ m} = ? \text{ cm}$$



Le glisse-mesure CE2



$$5 \text{ m c'est } 5 \text{ centaines de cm}$$



$$5 \text{ m} = 500 \text{ cm}$$

## 4. Calculer

### 4.1 Calculer sans formule

- a) Faire figurer les unités dans les calculs aide les élèves à s'assurer qu'ils effectuent des additions et des soustractions sur des mesures exprimées dans la même unité et les encourage le cas échéant à gérer mentalement les conversions en présentant les calculs en ligne.
- b) Donner du sens aux opérations sur les grandeurs.
- c) Exprimer le résultat du calcul avec l'unité adaptée (utilisation du répertoire de mesures de référence).

- a)  $25 \text{ cL} + 330 \text{ mL} = 250 \text{ mL} + 330 \text{ mL} = 580 \text{ mL}$
- b) La masse de deux objets distincts est égale à la somme des masses de chacun des objets.
- c) La masse de trois objets indentiques est égale à 3 fois la masse d'un des objets. On peut ajouter les longueurs de 2 segments mis bout à bout, les aires de deux surfaces qui ne se recouvrent pas ou encore deux angles adjacents.

### 4.2. Calculer à l'aide de formules

Construire les formules avec les élèves

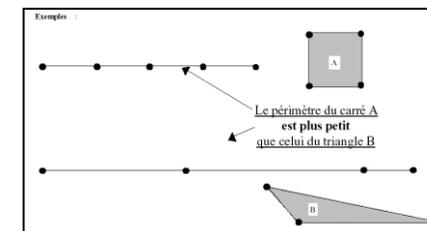
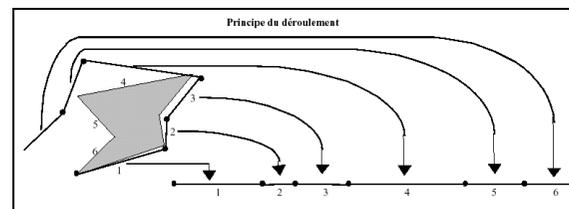
Dans un premier temps, représenter une mesure par un mot comme Longueur x Largeur.

Dans un second temps représentation d'une mesure par une lettre  $L \times l$ .

Veiller à garder le sens concret de ce qui est recherché. La longueur d'un cercle ne doit pas être  $2\pi r$  seulement, mais aussi la longueur du trait tracé au compas quand celui-ci fait un tour complet.

Construction et utilisation des formules pour calculer

- le périmètre d'un carré, d'un rectangle
- la longueur du cercle
- l'aire du carré, du rectangle, d'un triangle, d'un disque
- le volume d'un cube, d'un pavé droit.

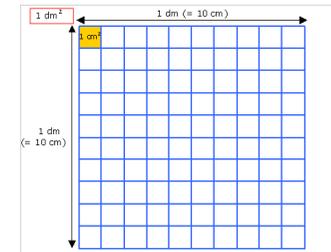


## 5. Unités usuelles issues du système métrique

### 5.1 Aire

- Déterminer la mesure de l'aire d'une surface à partir d'un pavage simple ou en utilisant une formule.
- Estimer la mesure d'une aire par différentes procédures. Adapter le choix de l'unité en fonction de l'objet (ordre de grandeur) ou en fonction de la précision souhaitée ou en fonction du domaine numérique considéré.
- Introduire progressivement au CM les unités.
- Expliciter et justifier les liens entre deux unités comme les  $\text{cm}^2$  et les  $\text{dm}^2$  tant géométriquement que par des calculs.
- L'étude de l'aire des terrains est l'occasion d'introduire les ares et les hectares ainsi que leurs relations.

$$\begin{aligned}
 \text{d) } 1 \text{ dm}^2 &= 1 \text{ dm} \times 1 \text{ dm} \\
 &= 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \\
 &= 10 \times 1 \text{ cm} \times 10 \times 1 \text{ cm} \\
 &= 100 \times 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} \\
 &= 100 \times 1 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$



### 5.2 Volume

- Estimer la mesure d'un volume par différentes procédures.
- Les unités de contenance du mL à l'hL relevant du système métrique sont étudiées du cycle 2 au CM.
- Déterminer le volume d'un pavé droit en se rapportant à un dénombrement d'unités ou en utilisant une formule.
- En sixième, découverte de nouvelles unités ( $\text{cm}^3$ ,  $\text{dm}^3$ , et  $\text{m}^3$ ) et de leurs relations en lien avec le travail mené avec le volume du pavé droit.
- Etablir, connaître puis utiliser les relations  $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$  et  $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$  en appui avec le volume du pavé droit.
- Adapter le choix de l'unité en fonction de l'objet (ordre de grandeur) ou en fonction de la précision souhaitée.
- Formule du volume d'un cube, d'un pavé droit.

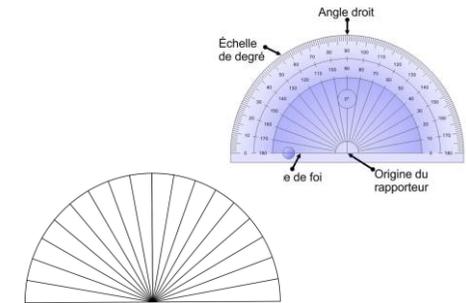
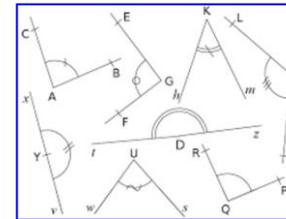


1 L - 1 dm<sup>3</sup>

Volumes irréguliers

## 6. Unité usuelle non issue du système décimal - Mesure d'angle : Le degré

- a) Avant le travail sur les mesures, établir des relations entre des angles (sommes, partages, référence aux angles d'un triangle équilatéral, du triangle rectangle isocèle).
- d) Introduire et utiliser le rapporteur à l'occasion de la construction ou de l'étude de figures. Utiliser le rapporteur et une unité de mesure (le degré).
- pour déterminer la mesure d'un angle
  - construire un angle de mesure donnée en degré.
- d) Estimer la mesure d'un angle à  $10^\circ$  près en s'appuyant notamment sur la mesure de l'angle droit, de l'angle de  $45^\circ$  et de l'angle plat. Vérifier à l'aide d'un instrument.



### Estimation :

Pour estimer en utilisant des unités de mesure non conventionnelles, les élèves peuvent avoir recours à leurs sens ((p. ex., comparer la masse de deux objets en les soupesant) ou à leurs connaissances antérieures. Elle peut aussi s'effectuer en ayant recours à des unités conventionnelles s'appuyant sur un répertoire de mesures de références.

### Des procédures pour estimer

- Comparer à un repère : Utiliser une quantité connue tel un sac de sucre (2 kilogrammes) pour soupeser et déterminer la masse de plusieurs objets usuels de la classe ou de la maison.
- Décomposer l'objet en parties : Dans certains contextes, il est plus facile d'estimer la grandeur d'un objet en estimant d'abord la grandeur de plus petites sections facilement identifiables. L'estimation de la mesure correspond à la somme de la grandeur de chacune des sections.
- Utiliser des subdivisions : Si l'objet à mesurer ne comporte pas d'éléments qui suggèrent une façon de la décomposer en parties, on peut d'abord le diviser mentalement ou concrètement en demis. On peut ensuite diviser une de ces moitiés à nouveau en demis et répéter ainsi le processus jusqu'à l'obtention d'une section dont on peut estimer la mesure. Par ex. pour estimer l'aire d'une grande couverture, les élèves peuvent la plier en deux à répétition jusqu'à ce qu'ils obtiennent une surface de couverture relativement petite. Il leur suffit alors d'estimer l'aire de cette surface, puis de multiplier le résultat par le nombre de ces surfaces ainsi créées.
- Faire des itérations concrètement ou mentalement : L'itération désigne l'acte de placer, à plusieurs reprises et d'une manière ordonnée, une même unité de mesure. L'estimation correspond au nombre de fois que l'unité est placée sans faire de chevauchements ni laisser d'espaces. L'itération implique une action concrète. Elle se prête particulièrement bien aux situations d'estimation de longueurs ou d'aires. On peut aussi l'utiliser pour estimer une contenance ou un volume à l'aide d'une unité de mesure non conventionnelle. Dans de telles situations, l'itération se fait mentalement. Par ex. estimer le nombre de cubes qu'une boîte peut contenir. Les élèves doivent visualiser un espace à trois dimensions, c'est-à-dire se faire une image mentale de l'espace intérieur d'un contenant.
- Passer par une estimation des longueurs pour obtenir l'estimation de grandeurs produits comme l'aire et le volume. [Retour](#) .