

Table des matières

Table des matières

1. Objectif	2
2. Extrait du “Programme du cycle des apprentissages fondamentaux, cycle 2”	2
3. Extrait du “Programme du cycle de consolidation, cycle 3” :	2
4. Éléments didactiques et pédagogiques pour mieux structurer l’enseignement de la résolution de problèmes	3
A. Catégorisation des problèmes	3
B. Construire une progression partagée	5
C. Six compétences à développer	5
D. De la manipulation à l’abstraction en passant par la verbalisation	10
5. Annexes	11

1. Objectif

Ce dossier explicite de façon synthétique les éléments didactiques et pédagogiques de l'enseignement de la résolution de problèmes aux cycles 2 et 3.

Les ressources annexes jointes apportent des éclairages sur :

- La programmation en résolution de problèmes au cycle 2 (annexe 1)
- La programmation en résolution de problèmes au cycle 3 (annexe 2)
- Le cas particulier des problèmes « Gain/perte (annexe 3)
- La mise en œuvre de la différenciation pédagogique (annexe 6, annexe 11)
- Les différentes entrées pour enseigner la résolution de problèmes (annexe 7)
- La prise en compte des obstacles liés à la structure mathématique et au texte de l'énoncé du problème présentés dans le chapitre 3 du guide "La résolution de problèmes mathématiques au cours moyen" (annexe 8)
- Le projet académique « Petit matheux » (annexe 9)
- L'institutionnalisation (annexe 10)

Par ailleurs, une banque de problèmes et deux exemples de séances (respectivement annexes 5 et 4) viendront compléter ces ressources.

2. Extrait du "Programme du cycle des apprentissages fondamentaux, cycle 2"

Au cycle 2, la résolution de problèmes est au centre de l'activité mathématique des élèves, développant leurs capacités à chercher, raisonner et communiquer. (...)

La composante écrite de l'activité mathématique devient essentielle. Ces écrits sont d'abord des écritures et représentations produites en situation par les élèves eux-mêmes qui évoluent progressivement avec l'aide du professeur vers des formes conventionnelles institutionnalisées dans les cahiers par des traces écrites qui ont valeur de référence. **Il est tout aussi essentiel qu'une verbalisation reposant sur une syntaxe et un lexique adaptés accompagne le recours à l'écrit et soit favorisée dans les échanges d'arguments entre élèves.** L'introduction et l'utilisation des symboles mathématiques sont réalisées au fur et à mesure qu'ils prennent sens dans des situations basées sur des manipulations, en relation avec le vocabulaire utilisé, assurant une entrée progressive dans l'abstraction.

(...) L'étude des quatre opérations (addition, soustraction, multiplication, division) commence dès le début du cycle à partir de problèmes qui contribuent à leur donner du sens, en particulier des problèmes portant sur des grandeurs ou sur leurs mesures.

3. Extrait du "Programme du cycle de consolidation, cycle 3" :

Dans la continuité des cycles précédents, le cycle 3 assure la poursuite du **développement des six compétences majeures des mathématiques : chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer.** La résolution de problèmes constitue **le critère principal de la maîtrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques,** mais elle est également le moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens. Si la modélisation algébrique relève avant tout du cycle 4 et du lycée, la résolution de problèmes permet déjà de montrer comment des notions mathématiques peuvent être des outils pertinents pour résoudre certaines situations.

Les situations sur lesquelles portent les problèmes sont, le plus souvent, issues de la vie de classe, de la vie courante ou d'autres enseignements, ce qui contribue à renforcer le lien entre les mathématiques et les autres disciplines. Les élèves rencontrent également des problèmes issus d'un contexte interne aux mathématiques. La mise en perspective historique de certaines connaissances (numération de position, apparition des nombres décimaux, du système métrique, etc.) contribue à enrichir la culture scientifique des élèves. On veille aussi à proposer aux élèves des problèmes pour apprendre à chercher qui ne soient pas directement reliés à la notion en cours d'étude, qui ne comportent pas forcément une seule solution, qui ne se résolvent pas uniquement avec une ou plusieurs opérations mais par un raisonnement et des recherches par tâtonnements.

Le cycle 3 vise à approfondir des notions mathématiques abordées au cycle 2, à en étendre le domaine d'étude, (...) à introduire des notions nouvelles comme les nombres décimaux, la proportionnalité ou l'étude de nouvelles grandeurs (aire, volume, angle notamment).

(...) L'institutionnalisation des savoirs dans un cahier de leçon est essentielle. L'introduction et l'utilisation des symboles mathématiques sont réalisées au fur et à mesure qu'ils prennent sens dans des situations basées sur des manipulations, en relation avec le vocabulaire utilisé, assurant une entrée progressive dans l'abstraction qui sera poursuivie au cycle 4. **La verbalisation reposant sur une syntaxe et un lexique adaptés est encouragée et valorisée en toute situation et accompagne le recours à l'écrit.**

(...) Une entrée par la résolution de problèmes est à privilégier. Les capacités suivantes peuvent être mobilisées dans ce cadre : utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux ; calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux ; ***résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux ; comparer, estimer, mesurer des grandeurs géométriques avec des nombres entiers et des nombres décimaux: longueur (périmètre), aire, volume, angle ; utiliser les unités, les instruments de mesures spécifiques de ces grandeurs ; résoudre des problèmes impliquant des grandeurs (géométriques, physiques, économiques) en utilisant des nombres entiers et des nombres décimaux.***

4. Eléments didactiques et pédagogiques pour mieux structurer l'enseignement de la résolution de problèmes

A. Catégorisation des problèmes

Les problèmes en une étape

Ils se résolvent en effectuant une seule opération.

Ils permettent de travailler la **modélisation** et participent à l'automatisation de la construction de sens de chaque opération.

Proposer uniquement des problèmes en une étape risque d'instiller chez les élèves l'idée que « Résoudre un problème consiste à trouver la bonne opération » !

Les problèmes en plusieurs étapes

Les problèmes en plusieurs étapes avec une seule question sont un objectif majeur de l'enseignement de la résolution de problèmes verbaux à données numériques à l'école élémentaire.

Ils se traitent comme une succession de problèmes en une étape.

Chaque étape détermine des éléments intermédiaires permettant d'aboutir à la solution recherchée.

Ces problèmes renforcent la centration des élèves sur la compréhension de l'énoncé et la modélisation du problème.

Les problèmes atypiques

Il s'agit de problèmes permettant de travailler prioritairement les compétences chercher, raisonner, et des compétences transversales comme l'autonomie, la prise de décision, la créativité etc.

Il est difficile de proposer une classification exhaustive de ce type de problèmes, le guide CM recommande de privilégier quatre grandes familles :

1. Les problèmes algébriques
2. Les problèmes de dénombrement
3. Les problèmes préparant à l'utilisation d'algorithmes
4. Les problèmes d'optimisation

B. Construire une progression partagée

Les échanges en équipe doivent permettre d'établir une progression partagée. Les différents chapitres de ce guide montrent toute la complexité qu'il y a à rendre explicite cette progression tant la difficulté d'un problème est multifactorielle. Ce n'est pas parce qu'un problème est additif et en une étape qu'il est simple ; d'ailleurs de nouveaux problèmes additifs et en une étape seront rencontrés tout au long du cycle 3. En outre, certains problèmes en plusieurs étapes sont simples à résoudre pour les élèves.

Dans un premier temps, pour rendre les choses simples, le choix peut être fait de **partager une progression** par année ou par demi-année, idéalement du début du cycle 2 à la fin du cycle 3, indiquant :

- **une liste d'exemples de problèmes** en une ou plusieurs étapes que les élèves doivent savoir traiter, s'appuyant sur les repères fournis dans le chapitre 1 ;
- **des objectifs précis concernant les problèmes atypiques** que les élèves doivent apprendre à résoudre, s'appuyant sur les repères fournis dans le chapitre 1 ;
- des éléments sur **ce qui est attendu** des élèves **concernant la compétence « représenter »** (construction de schémas).

Des outils plus précis et plus complets peuvent être produits ensuite, en fonction du temps dont disposent les équipes pour les construire. Il peut, par exemple, être proposé **une évaluation en résolution de problèmes, pour la période 3 de CM2, partagée par l'ensemble des écoles d'un même réseau.**

Extrait « Guide Résolution de problèmes CM », P. 86

C. Six compétences à développer

Chercher, représenter, modéliser, raisonner, calculer, communiquer.

Cf. [Compétences mathématiques programmes C2, P. 56](#) et [Compétences mathématiques C3, P. 100](#)

Focus sur les compétences représenter et modéliser

Modéliser :

La modélisation est le « processus par lequel l'individu convertit les données des situations réelles en problème mathématique ». Modéliser c'est représenter en ayant conscience des propriétés mathématiques des représentants et des relations mathématiques qui les lient.

Représenter :

La représentation soutient l'activité de modélisation de l'élève. Elle permet de faire le lien entre le texte du problème et ses caractéristiques mathématiques. Elle se développe par un enseignement construit et structuré sur plusieurs années visant à faire acquérir aux élèves des outils pour construire des représentations efficaces et porteuses de sens facilitant la modélisation.

Représenter : rendre perceptible à la vue et à l'esprit.

Modéliser : représenter en utilisant des mathématiques.

J'ai 12 billes et 4 boîtes.
Chaque boîte doit contenir le même nombre de billes.
Combien de billes dans chaque boîte ?



Le terrain de football est un rectangle de longueur de 100 m de long et de 50 m de large.
Pour acheter des graines de gazon je dois connaître son aire.

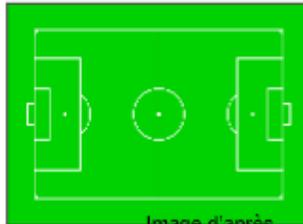


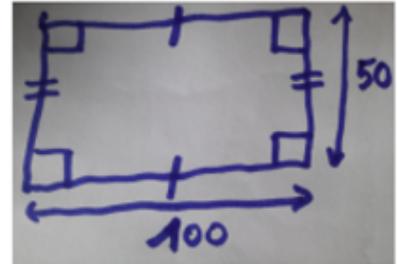
Image d'après Pixabay

Version icônes et barres

000000000000			
inconnu	inconnu	inconnu	inconnu

Version symboles et barres

12			
inconnu	inconnu	inconnu	inconnu



Marlène ESTEVE

Dans les deux exemples, nous montrons l'importance de faire expliciter, à l'élève, son regard sur la représentation. Si l'élève regarde la représentation avec des connaissances mathématiques qui lui permettent d'explicitier les relations mathématiques entre les différents objets de la représentations, cela lui permet de reformuler le problème initial en problème mathématique : Comment déterminer l'aire d'un rectangle de dimensions 100m et 50m ?

Si on répartit également 12 billes dans 4 boîtes, combien de billes y a-t-il dans chaque boîte ?

On voit ici que l'élève doit justifier :

- comment il a eu l'idée du modèle (c'est-à-dire des relations mathématiques entre les objets) ? L'élève doit avoir des questionnements, des stratégies heuristiques pour avoir des idées.
- comment l'élève valide son choix de modèle ? L'élève doit faire un retour vers l'énoncé initial pour vérifier si son modèle est correct par rapport à la situation initiale.

❖ Un exemple de représentation efficace pour modéliser : le modèle en barres

Le Modèle en barres est un outil d'aide à la résolution de problèmes, il n'est en rien un passage obligatoire dans le raisonnement de l'élève. Il retient quatre types de schémas en barres correspondant à quatre familles de problèmes en une étape.

Problèmes...	de parties-tout	de comparaison
additifs	 <p>Tout = Partie A + Partie B Partie B = Tout – Partie A</p>	 <p>Différence = Partie A – Partie B Partie A = Partie B + Différence Tout = Partie A + Partie B</p>
multiplicatifs	 <p>Tout = Nombre de parts x Part Nombre de parts = Tout ÷ Part Part = Tout ÷ Nombre de parts</p>	 <p>$B = N \times A$ $A = B \div N$ et $N = B \div A$ Tout = A + B</p>

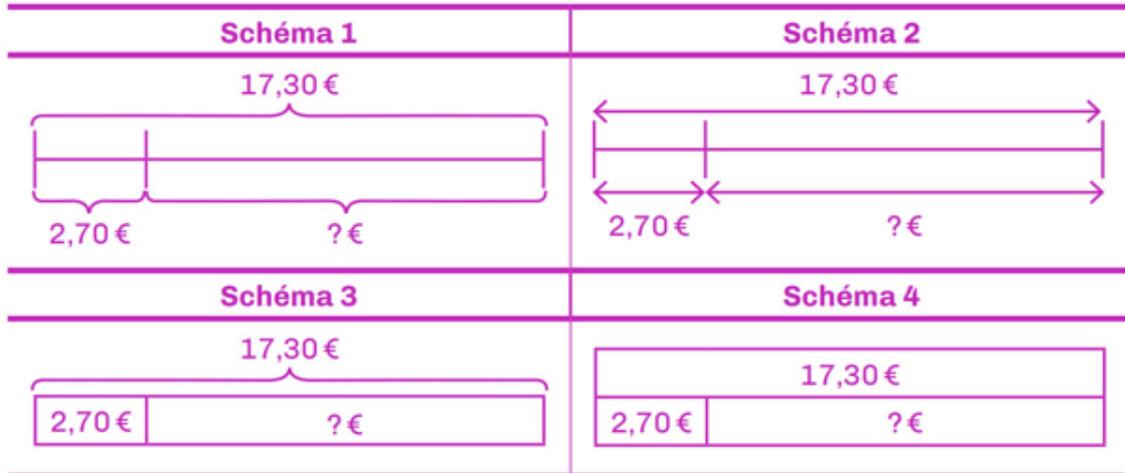
Guide Résolution de problèmes CM, P. 113

❖ Plusieurs types de schémas en barres possibles

Modèle en barres :

PLUSIEURS TYPES DE SCHÉMAS EN BARRES POSSIBLES

« Côme a dépensé 17,30 € à la boulangerie pour acheter un pain aux céréales et une tarte aux abricots. Il se souvient que le pain aux céréales coûte 2,70 € mais a oublié le prix de la tarte aux abricots. Quel est le prix de la tarte aux abricots ? »



Guide Résolution de problèmes CM, P. 110

❖ Points de vigilance sur la construction du modèle

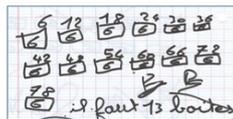
Les premiers travaux des élèves sur (...) la résolution de problèmes s'appuient systématiquement sur la manipulation, tant pour représenter les situations, les modéliser que pour déterminer ou contrôler les réponses. Progressivement les élèves pourront se passer de cette manipulation au profit de dessins puis de schémas de plus en plus abstraits.

Guide " Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP"p.7

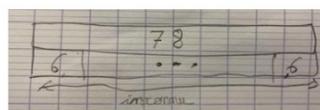
Vers la modélisation : congruence modèle et matériel

Les œufs (CE2): représentations spontanées proche du modèle

- Utilisation de boîtes à œufs avant l'introduction des réglettes (ou cubes emboîtables)
- Avec l'introduction des réglettes (ou cubes emboîtables)



- $78 \div 6 = 13$ (vérification et/ou calcul)

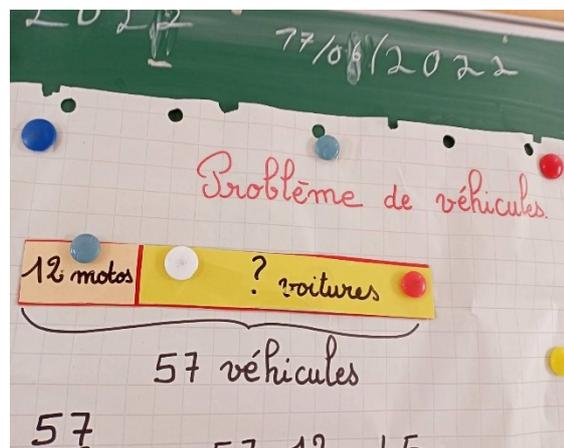
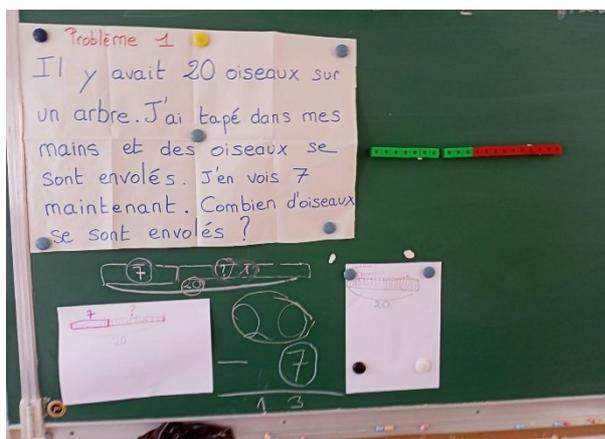


32

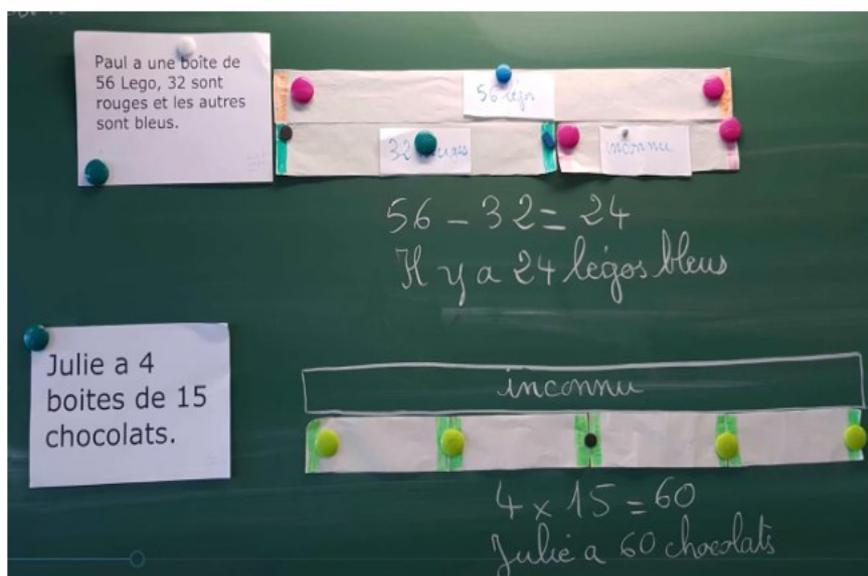
Marlène ESTEVE, Gaëtan Duprey

En s'appuyant sur le matériel manipulé en maternelle (cubes emboîtables), les problèmes de parties-tout se modélisent progressivement avec des schémas en barres. Les cubes (de couleur) emboîtés deviendront, par un travail d'appropriation pas à pas, les barres rectangulaires dans un schéma. Le professeur part du matériel manipulé dans la phase de recherche (cubes emboîtables, réglettes, matériel multibase), explicite l'analogie entre les rectangles dessinés pour chaque partie et le nombre de cubes ou réglettes utilisés pour représenter les données numériques. La modélisation par le schéma en barres est introduite par l'enseignant lors de la mise en commun.

Guide " Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP" p.94



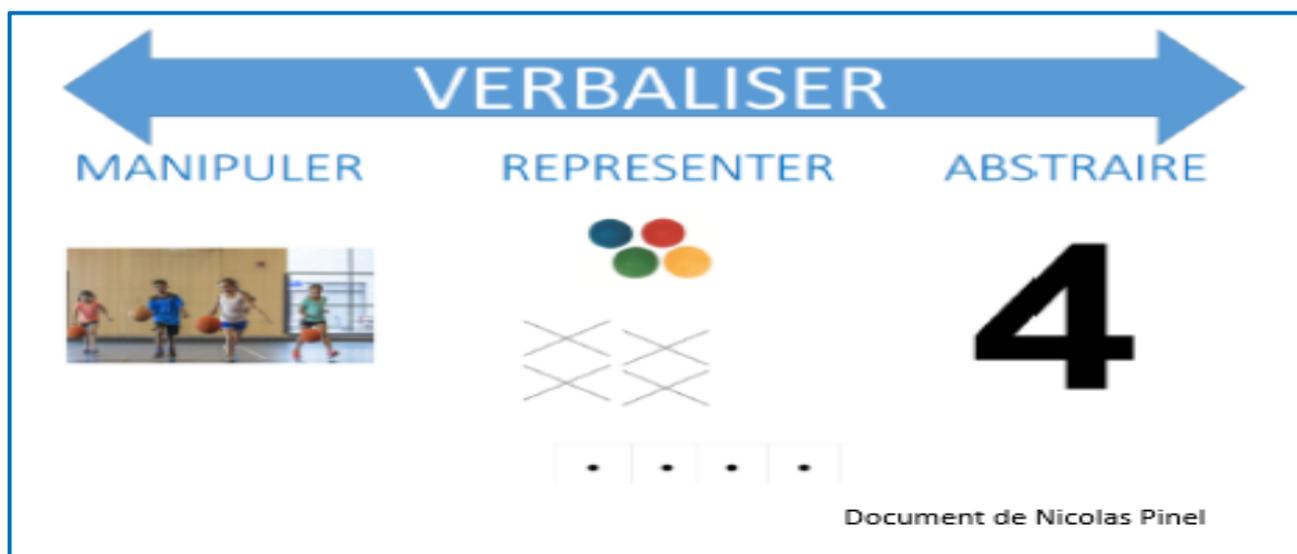
Mission Maths Martinique



Plan national de formation – M@gistère – Moment 7

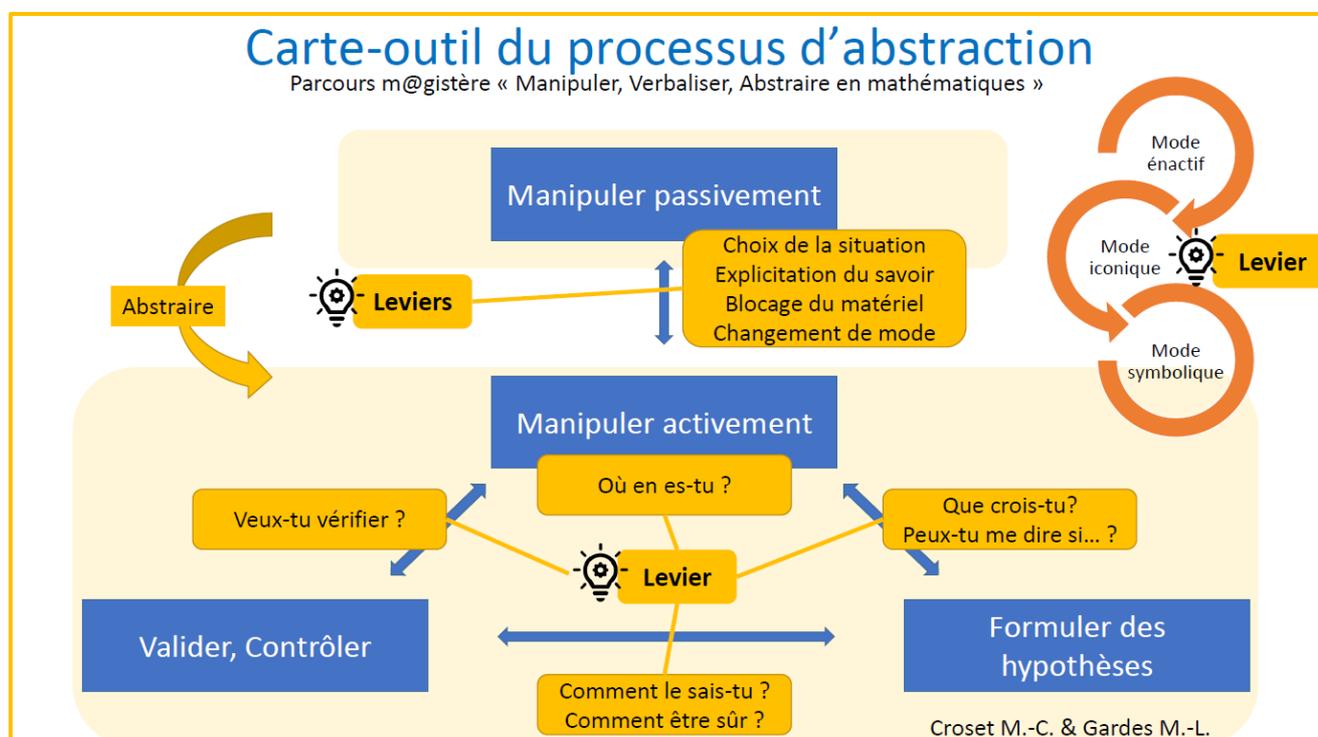
Mission Maths Martinique

D. De la manipulation à l'abstraction en passant par la verbalisation



Les trois parties du triptyque, manipuler, verbaliser, abstraire sont importantes. La manipulation est présente à tous les niveaux : on peut manipuler des objets, des représentations, des symboles...L'élève a besoin de faire des aller-retours entre les trois, en travaillant sur l'équivalence des représentations (sensori-moteur ou énatif, imagé ou iconique, symbolique, [Référence guide CP MATHS](#) p.83-84).

<https://methodeheuristique.com/>



Parcours M@gistère « Manipuler, verbaliser, abstraire »

5. Annexes

Annexe 1 : Programmation en résolution de problèmes au cycle 2 (en ligne)

Annexe 2 : Programmation en résolution de problèmes au cycle 3 (en ligne)

Annexe 3 : Schéma Gain-Perte (en ligne)

Annexe 4 : Exemples de séances (à venir)

Annexe 5 : Banque de problèmes (à venir)

Annexe 6 : Différenciation pédagogique (en ligne)

Annexe 7 : Ateliers Résolution de Problèmes (à venir)

Annexe 8 : Autour de la structure mathématique (à venir)

Annexe 9 : Projet académique « Petits matheux » (en ligne)

Annexe 10 : Institutionnalisation (à venir)

Annexe 11 : Gestes professionnels pour une différenciation efficace en résolution de problèmes (à venir)