

# Sciences et Technologies de l'Agronomie et du Vivant Métropole–Antilles–Guyane–Réunion septembre 2013

L'annexe A est à rendre avec la copie  
Une feuille de papier millimétré est fournie aux candidats

## Exercice 1

9 points

On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $] -1 ; +\infty[$  par

$$f(x) = e^{0,5x} - \frac{2}{x+1}.$$

On note  $\mathcal{C}_f$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère orthogonal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

- 1) a) Déterminer la limite de  $f$  quand  $x$  tend vers  $-1$ . Interpréter graphiquement le résultat.  
b) Déterminer la limite de  $f$  lorsque  $x$  tend vers  $+\infty$ .
- 2) Calculer  $f'(x)$  pour tout  $x$  appartenant à l'intervalle  $] -1 ; +\infty[$ .
- 3) Démontrer que  $f'(x) > 0$  pour tout  $x$  de  $] -1 ; +\infty[$ .
- 4) Dresser le tableau de variation de  $f$  sur  $] -1 ; +\infty[$ .
- 5) Compléter le tableau de valeurs donné en annexe A (à rendre avec la copie). Les résultats seront arrondis à  $10^{-2}$  près.
- 6) Tracer  $\mathcal{C}_f$  dans un repère orthogonal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . On prendra pour unités graphiques : 2 cm en abscisses et 1 cm en ordonnées.
- 7) Soit la fonction  $F$  définie sur  $] -1 ; +\infty[$  par

$$F(x) = 2e^{0,5x} - 2\ln(x+1).$$

Démontrer que  $F$  est une primitive de  $f$  sur  $] -1 ; +\infty[$ .

- 8) On admet que sur l'intervalle  $[1 ; 3]$ , on a  $f(x) \geq 0$ .  
Calculer l'aire  $\mathcal{A}$ , exprimée en  $\text{cm}^2$ , du domaine plan délimité par la courbe  $\mathcal{C}_f$ , l'axe des abscisses, les droites d'équation  $x = 1$  et  $x = 3$ .  
On donnera la valeur exacte de  $\mathcal{A}$  puis la valeur arrondie à  $10^{-2}$  près.

## Exercice 2

4 points

La courbe  $C$  donnée dans le **document 1** est la courbe représentative d'une fonction  $g$  définie et dérivable sur l'intervalle  $] -3 ; +\infty[$ .

On sait que le point A  $(0 ; 1)$  appartient à la courbe  $C$  et que la fonction  $g$  admet un minimum en  $x = 0$ . Les droites d'équations respectives  $x = -3$  et  $y = 4$  sont asymptotes à la courbe  $C$ .

Le Q.C.M. est donné en annexe A.

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse inexacte enlève 0,5 point. L'absence de réponse n'enlève et n'ajoute pas de point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à cette partie est zéro.

## Exercice 3

7 points

Un magasin de matériel audiovisuel réalise des promotions sur un modèle de téléviseur et un modèle de lecteur DVD.

Une enquête statistique révèle que :

60 % des clients du magasin achètent ce modèle de téléviseur et parmi eux 70 % achètent aussi ce lecteur de DVD.

Parmi ceux qui n'achètent pas ce modèle de téléviseur, seulement 10 % achètent ce lecteur DVD.

## Partie A

Un client se présente au magasin. On appelle :

$T$  l'évènement « il achète le téléviseur en promotion »

$L$  l'évènement « il achète le lecteur DVD en promotion ».

- 1) Traduire la situation à l'aide d'un arbre en indiquant les probabilités sur chaque branche.
- 2) Calculer la probabilité de l'évènement « le client achète les deux appareils ».
- 3) Démontrer que la probabilité de l'évènement « le client achète le lecteur DVD » est 0,46.
- 4) Sachant que le client a acheté le lecteur de DVD, quelle est la probabilité qu'il ait aussi acheté le téléviseur ? Le résultat sera arrondi à  $10^{-4}$  près.

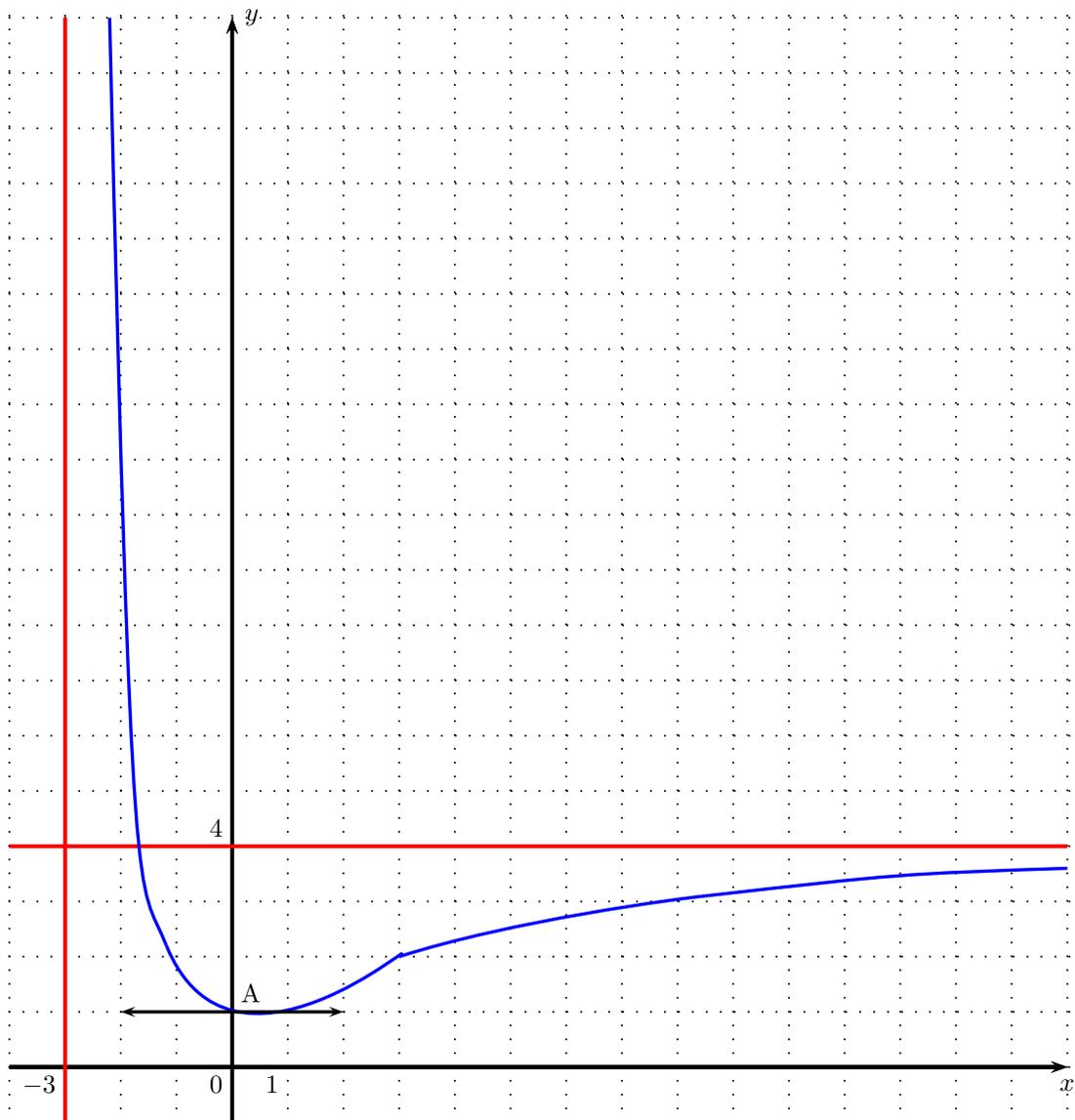
### Partie B

Avant la promotion, le téléviseur coûtait 500 € et le lecteur DVD 200 €.

Lors des promotions, le magasin effectue une remise de 15 % pour l'achat d'un seul appareil et de 25 % pour l'achat des deux appareils.

- 1) Justifier que la dépense engagée pour l'achat des deux appareils en promotion s'élève à 525 €.  
Soit  $X$  la variable aléatoire associée à la dépense éventuelle du client en tenant compte de cette promotion.
- 2) Déterminer la loi de probabilité de  $X$  et compléter le tableau donné en **annexe A**.
- 3) Calculer l'espérance mathématique de  $X$ .

## DOCUMENT 1

EXERCICE 2  
Représentation graphique de la fonction  $g$ 

## ANNEXE A (à compléter et à rendre avec la copie)

## EXERCICE 1 :

$x$	$-0,75$	$-0,5$	$0$	$0,5$	$1$	$2$	$3$	$4$
$f(x)$								

## EXERCICE 2 :

1) La limite de la fonction  $g$  en  $+\infty$  est :

  $+\infty$   $-3$   $4$ 

2) On note  $g'$  la fonction dérivée de  $g$  sur  $] -3 ; +\infty[$ .

  $g'(0) = 1$   $g'(1) = 0$   $g'(0) = 0$ 

3) Une équation de la tangente à  $C$  au point A est :

  $y = 1$   $y = x$   $y = 0$ 

4) Sur  $] -3 ; +\infty[$ , l'équation  $g(x) = x$  :

 n'a aucune solution, a une seule solution  $x = 0$ , a une seule solution dans l'intervalle  $]1 ; 2[$ .

## EXERCICE 3 :

$x$	$0$			$525$
$P(X = x)$				$0,42$