

La fonction carrée

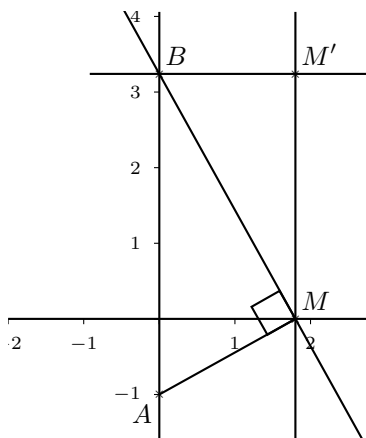
Activité 1

Soit un repère orthonormé de centre O. Soit A le point de coordonnées $(0 ; -1)$.

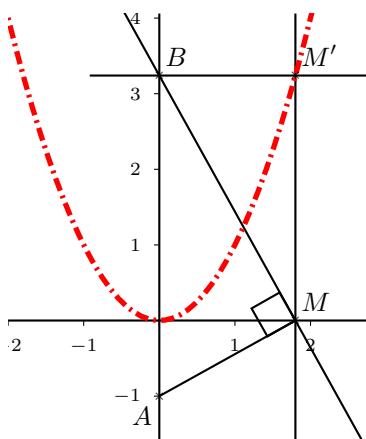
Soit M le point de coordonnées $(x ; 0)$ où x est un nombre réel.

Soit B le point d'intersection de l'axe des ordonnées et de la perpendiculaire en M au segment [AM].

- 1) Que vaut OB lorsque $x = 0$?
- 2) Supposons dorénavant que $x \neq 0$. Soit α une mesure de l'angle géométrique $\widehat{OBM}$.
 - a) Démontrer que α est aussi une mesure de l'angle géométrique $\widehat{OMA}$.
 - b) En exprimant $\tan(\alpha)$ de deux manières, démontrer que $OM^2 = OB.OA$
 - c) Dédire du a) et du b) que $OB = x^2$.
- 3) En utilisant le logiciel « Géogébra »
 - a) Construire la figure précédente.
 - b) Construire M' le point d'intersection de la perpendiculaire en M à l'axe des abscisses et de la perpendiculaire en B à l'axe des ordonnées.



- c) Construire le lieu géométrique de M' lorsque M décrit l'axe des ordonnées.



- 4) Observez la courbe ainsi obtenue et qui a donc pour équation $y = x^2$.
 - a) Que peut-on conjecturer sur la parité de f ? Justifier.
 - b) Démontrer que si $0 < x < x'$ alors $x^2 < x'^2$
Démontrer que si $x < x' < 0$ alors $x^2 > x'^2$
Dresser le tableau de variations de f .
 - c) Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	10^0	10^1	10^2	10^3	10^4
$f(x)$					
 - d) Pour quelles valeurs de x a-t-on $x^2 > 10^2$?
 - e) Pour quelles valeurs de x a-t-on $x^3 > 10^{10}$?
 - f) Si $A > 0$, pour quelles valeurs de x a-t-on $x^2 > A^2$?

Activité 2

- 1) Compléter le tableau suivant :

x	0	0,5	0,7	0,8	0,9	1	1,2	1,5	2	3	4
$f(x)$											

- 2) Placer les points de coordonnée $(x ; x^2)$ du tableau précédent dans un repère orthogonal.
- 3) Relier ces points à main levée.
En déduire le tracé complet de la courbe d'équation $y = x^2$.
Tracer dans le même repère la courbe d'équation $y = x$.
- 4) On voudrait comparer les positions relatives des courbes d'équation $y = x^2$ et $y = x$.
- Résoudre l'équation d'inconnue x réelle : $x^2 = x$
 - Résoudre les inéquations d'inconnue x réelle : $x^2 < x$ et $x^2 > x$

Résumé de cours

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$

Elle admet le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Variations de f	$+\infty$	0	$+\infty$

Sa courbe représentative dans un repère orthogonal est appelée parabole.

Cette parabole a pour sommet 0 et pour axe de symétrie l'axe des ordonnées.

Un nombre est égal à son carré si et seulement si ce nombre est 0 ou 1.

Un nombre est plus grand que son carré si et seulement si ce nombre est compris entre 0 et 1.

Un nombre positif est plus petit que son carré si et seulement si ce nombre est supérieur à 1.

Un nombre négatif est plus petit que son carré.