

La somme des distances d'un point aux trois côtés d'un triangle équilatéral

Niveau : Classe de Seconde

Objectifs : Démontrer que la somme des distances d'un point M aux trois côtés d'un triangle équilatéral est invariante lorsque M appartient à l'intérieur de ce triangle.

Prérequis : Hauteur, aire d'un triangle, triangle équilatéral, théorème de Pythagore.

Matériel et logiciel : 1 salle de TP avec un ordinateur pour 2 élèves et le logiciel GéoGébra

Remarque : La première image est en cabrijava et ne nécessite donc pas la présence du logiciel Cabri-Géomètre sur la machine de l'utilisateur. Elle peut être manipulée directement sur le Web.

DÉROULEMENT DE LA SÉQUENCE :

Le casse-tête de Ti-Asson de Saint Pierre :

Ti-Asson a gagné au poker chez Bébé Faïs un terrain en forme de triangle équilatéral bordé par 3 routes [AB], [AC] et [BC].

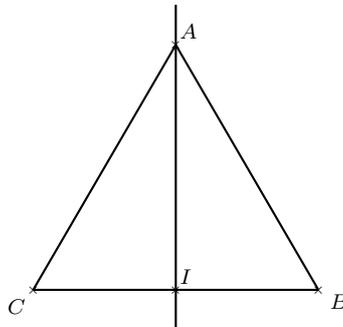
Sa doudou Julia Kabos voudrait qu'il y construise une maison en un point M de telle façon qu'elle soit le moins loin possible des 3 routes bordant le terrain, c'est-à-dire de telle façon que $MH + MK + ML$ soit minimum.

Activité 1 (sur machine) :

- 1) Dessiner cette situation à l'aide du logiciel GéoGébra
- 2) Mesurer les segments [MH], [MK] et [ML].
- 3) À l'aide du logiciel , afficher la valeur de la somme $MH + MK + ML$.
- 4) Chercher à l'aide de la souris la position du point M qui minimise cette somme.

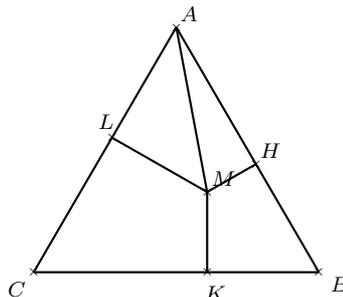
Que constate-on ? Que dire à ti-Asson ? Justifier à l'aide de l'activité 2.

Activité 2 (sur papier)



Soit a la longueur du côté du triangle équilatéral. Soit I le pied de la hauteur issue de A . On note h la distance AI .

- 1) Calculer h en fonction de a .
- 2) Calculer l'aire S du triangle ABC en fonction de a .



- 3) Soit S_1 l'aire du triangle AMC , S_2 l'aire du triangle CMB et S_3 l'aire du triangle BMA .
- Calculer S_1 en fonction de MH et de a .
 - Calculer S_2 en fonction de MK et de a .
 - Calculer S_3 en fonction de ML et de a .
- 4) Dédurre des deux questions précédentes la valeur de la somme $MH + MK + ML$.
- 5) Conclure.

Annexe

Minimisation de la somme des distances d'un point aux trois côtés d'un triangle équilatéral

