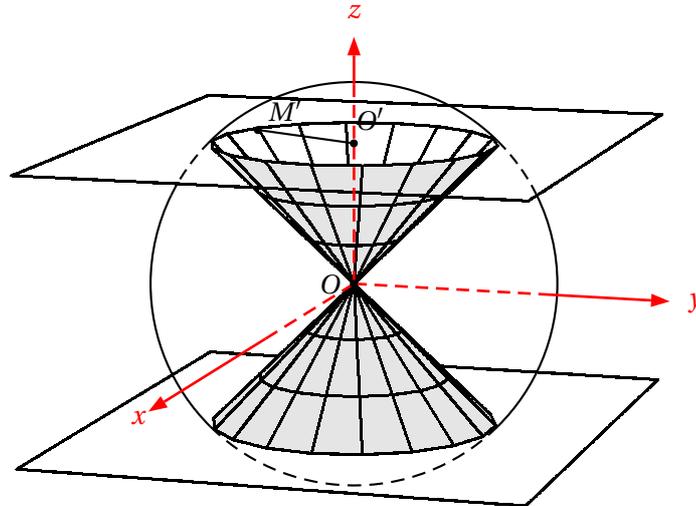


Sujet 11

Le diabolo bis

Académie de Martinique

Le but est d'étudier le volume d'un solide constitué par la réunion de deux cônes symétriques par rapport à leur sommet commun. Un « diabolo » est un solide constitué par la réunion de deux cônes symétriques par rapport à leur sommet commun O . Les bases sont les intersections d'une sphère par deux plans équidistants de O et orthogonaux à l'axe des cônes. On considère dans la suite une sphère de rayon 3 cm.



1. Ouvrir le fichier `diabolo.g3w`

En déplaçant le point O' , déterminer la mesure de OO' offrant un volume maximal au diabolo.

Appeler l'examineur pour vérification

2. Déterminer $O'M'$ en fonction de $O'O$.
3. On pose $O'O = x$. Exprimer, en fonction de x , le volume $V(x)$ du diabolo.
4. À l'aide du logiciel de votre choix, représenter graphiquement cette fonction.

Appeler l'examineur pour vérification

5. La lecture de cette courbe permet-elle de conjecturer si le volume admet un maximum ? Si oui, donner une valeur approchée de ce maximum. Cela est-il conforme à vos observations de la question 1 ?
6. Vérifier que, pour tout $x \in [0; 3]$:

$$V(x) - V(\sqrt{3}) = -\frac{2\pi}{3} (x - \sqrt{3})^2 (x + 2\sqrt{3}).$$

7. Montrer que, sur l'intervalle $[0; 3]$, la fonction $x \mapsto V(x)$ admet un maximum. Préciser la valeur exacte du volume maximal du diabolo.

Appeler l'examineur pour vérification