

Journée académique webdiffusion mathématiques du 22 mars 2017

Atelier décimaux

De la non-construction du sens

Exemple 1

J'APPRENDS

- Une fraction décimale peut s'écrire sous la forme d'un nombre décimal.
- La virgule sépare la partie entière de la partie décimale.
- Le 1^{er} chiffre après la virgule est celui des dixièmes.
- Le 2^e chiffre après la virgule est celui des centièmes.

Partie entière		Partie décimale	
dizaines	unités	dixièmes	centièmes
	2 ,	4	9

Définition 56,074 est un **nombre décimal**. Son écriture en **fraction décimale** est $\frac{56\,074}{1\,000}$

partie
entière

partie
décimale

Propriété La position d'un chiffre dans un nombre est importante comme le montre le tableau suivant.

Partie entière							Virgule	Partie décimale			
...	centaines de mille	dizaines de mille	unités de mille	centaines	dizaines	unités		dixièmes	centièmes	millièmes	dix-millièmes
...					5	6	,	0	7	4	

Exemple

Dans le nombre décimal 56,074 :

- 5 est le chiffre des **dizaines**.
- 0 est le chiffre des **dixièmes**.

Je retiens

→ Une **fraction décimale** peut s'écrire sous la forme d'un **nombre décimal**.

Exemple : $\frac{75\,457}{1\,000} = 75,457$

→ Un nombre décimal comporte une **partie entière** et une **partie décimale** séparées par une virgule.



Un exemple d'écriture mathématiquement correcte

Propriété

- Un nombre décimal est la somme de sa **partie entière** et de sa **partie décimale**.

Exemples

$$8,23 = \underbrace{8}_{\text{partie entière}} + \underbrace{0,23}_{\text{partie décimale}}$$

$$29\,867,014 = \underbrace{29\,867}_{\text{partie entière}} + \underbrace{0,014}_{\text{partie décimale}}$$

Exemple 2 : Pour comparer des nombres décimaux ...

Méthode 2 On ajoute un zéro inutile
à la fin pour mieux comparer les parties
décimales :
345,217 et 345,280

*Delta, cycle 3- 6^{ème} ,
Editions Magnard
(2016)*

Erreurs persistantes

$$4,3 < 4,06 < 4,249$$

- 1) Le « nombre à virgule » vu comme un « entier déguisé », comme si la virgule n'existait pas.
- 2) Le « nombre à virgule » vu comme l'accolement de deux entiers, la virgule jouant le rôle de « frontière » entre les deux.

Exemple 3

Socle
commun 2

7 Mélissa is wrong. **Show** her with an example.



Il n'y a aucun
nombre décimal
entre 3,45 et 3,46.

Souviens-toi,
tu peux écrire :
 $3,45 = 3,450$
 $3,46 = 3,460$



Pour comprendre les Maths CM2, Hachette (2013)

Intercaler

Exercice Intercaler un nombre entre 2,8 et 2,9.

Solution

Étape 1

Je construis à main levée une partie d'une demi-droite graduée sur laquelle je place les nombres 2,8 et 2,9. J'écris 2,8 et 2,9 avec un chiffre de plus après la virgule : $2,8 = 2,80$ et $2,9 = 2,90$.



Étape 2

Je choisis un nombre qui convient et je conclus.

Entre 2,80 et 2,90 il y a par exemple le nombre 2,83. Donc $2,8 < 2,83 < 2,9$.

Collection Zénus 6^{ème} , éditions Magnard (2013)

Exemple d'écriture mathématiquement correcte

DÉFINITION **Intercaler** un nombre entre deux autres, c'est trouver un nombre compris entre deux autres nombres.

Exemple : Entre 2,4 et 2,7 on peut intercaler 2,5 ou 2,6 mais aussi 2,41 ou encore 2,518. On peut toujours intercaler un nombre entre deux nombres décimaux.

→ **Pour multiplier un nombre décimal par 10, 100 et 1 000 :**

On déplace la virgule de ce nombre de 1, 2 ou 3 rangs vers la droite (ou on ajoute des zéros).

Exemples : $1,25 \times 10 = 12,5$

$$1,25 \times 100 = 125$$

$$1,25 \times 1\,000 = 1\,250$$

$$2,6 \times 10 = 26$$

$$2,6 \times 100 = 260$$

$$2,6 \times 1\,000 = 2\,600$$

Le nouvel A portée des maths CM2, Hachette éducation, Février 2016, P 60

c Multiplication par 10 ; par 100 ; par 1 000

Pour multiplier un nombre décimal par :	On décale la virgule de ce nombre de :
10	1 rang vers la droite
100	2 rangs vers la droite
1 000	3 rangs vers la droite

Exemples :

$$2,43 \times 10 = 24,3$$

$$562 \times 100 = 562,00 \times 100 = 56\,200$$

$$37,26 \times 1\,000 = 37,260 \times 1\,000 = 37\,260$$

Points de repère



- Il est indispensable d'apprendre les **tables de multiplication** (voir la fin du manuel).

- Pour calculer $18,7 \times 4\,005$:
au lieu d'écrire **deux** lignes de **zéros**,
on décale de **2 rangs** supplémentaires.
Ainsi : $18,7 \times 4\,005 = 74\,793,5$.

				1	8,	7
				9	3	5
+	7	4	8	0	0	.
	7	4	8	9	3,	5

1 chiffre après la virgule

Un effort d'explicitation...

Cours

5

6

7

Règle Quand on multiplie un nombre par 10, chacun de ses chiffres change de rang : le **chiffre des unités** devient le **chiffre des dizaines** ; le **chiffre des dixièmes** devient le **chiffre des unités**, etc.

Exemple Que vaut $35,81 \times 10$?

3 5,8 1

Donc le résultat est 358,1.

Multiplier un nombre par 10, par 100 ou par 1 000

Pour multiplier un nombre **par 10**, on décale la virgule de ce nombre d'**un** rang vers la **droite**.

35,81 $\rightarrow$ 358,1
Donc $35,81 \times 10 = 358,1$.

Pour multiplier un nombre **par 100**, on décale la virgule de ce nombre de **deux** rangs vers la **droite**.

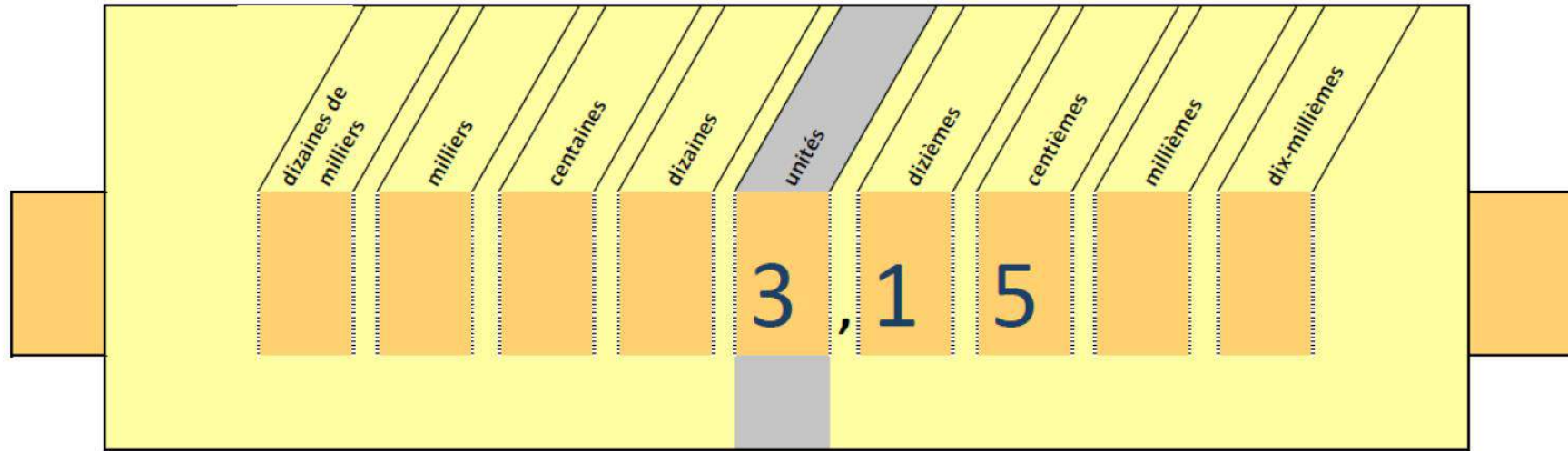
35,81 $\rightarrow$ 3 581,
Donc $35,81 \times 100 = 3 581$.

Pour multiplier un nombre **par 1 000**, on décale la virgule de ce nombre de **trois** rangs vers la **droite**.

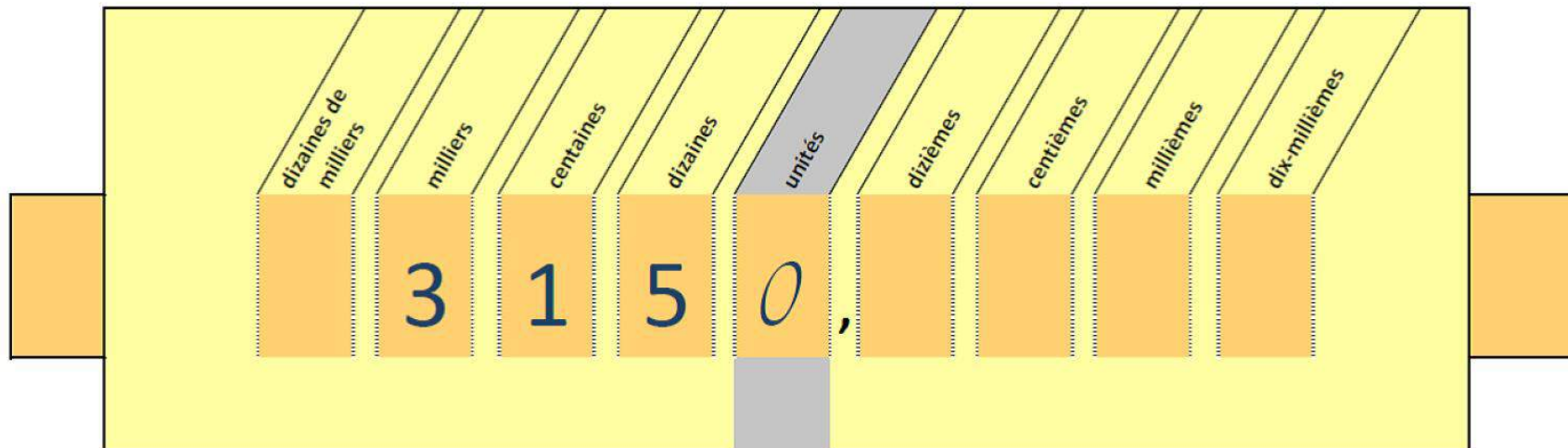
35,81 $\rightarrow$ 35 810,
Donc $35,81 \times 1 000 = 35 810$.

On obtient un nombre entier (partie décimale nulle) donc on peut le réécrire sans la virgule.

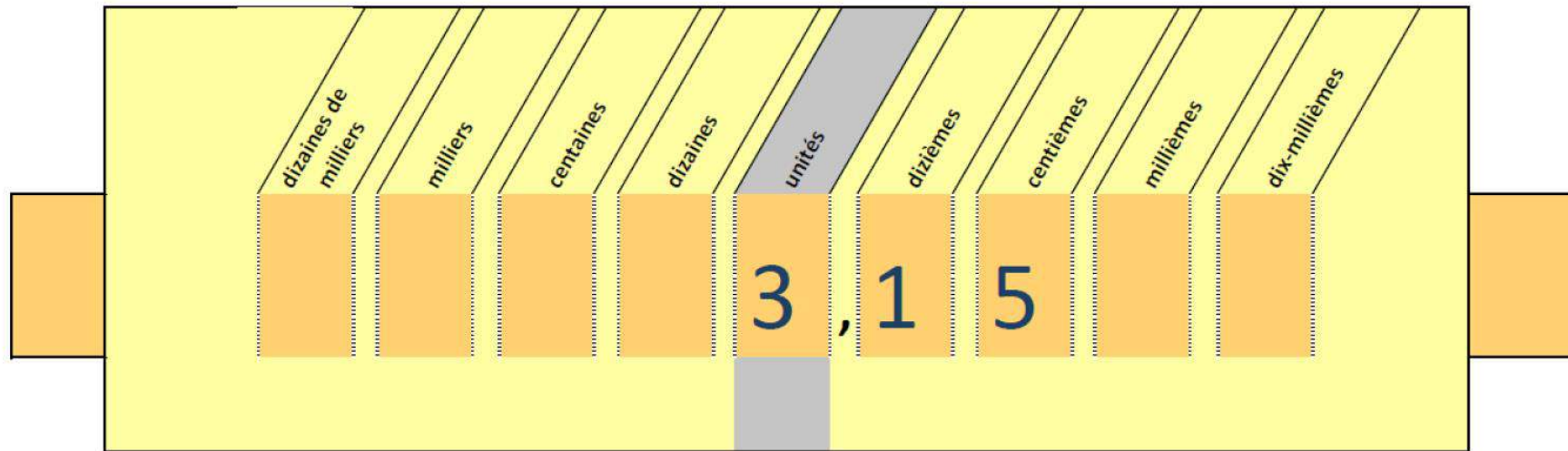
Le Glisse nombre



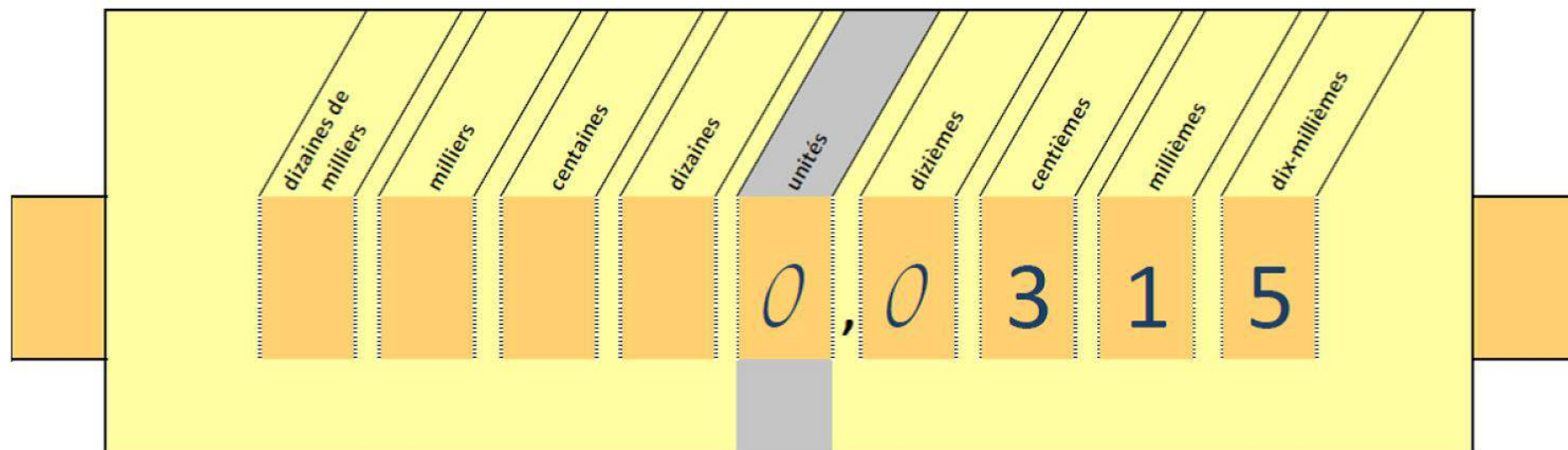
$$3,15 \times 1000$$

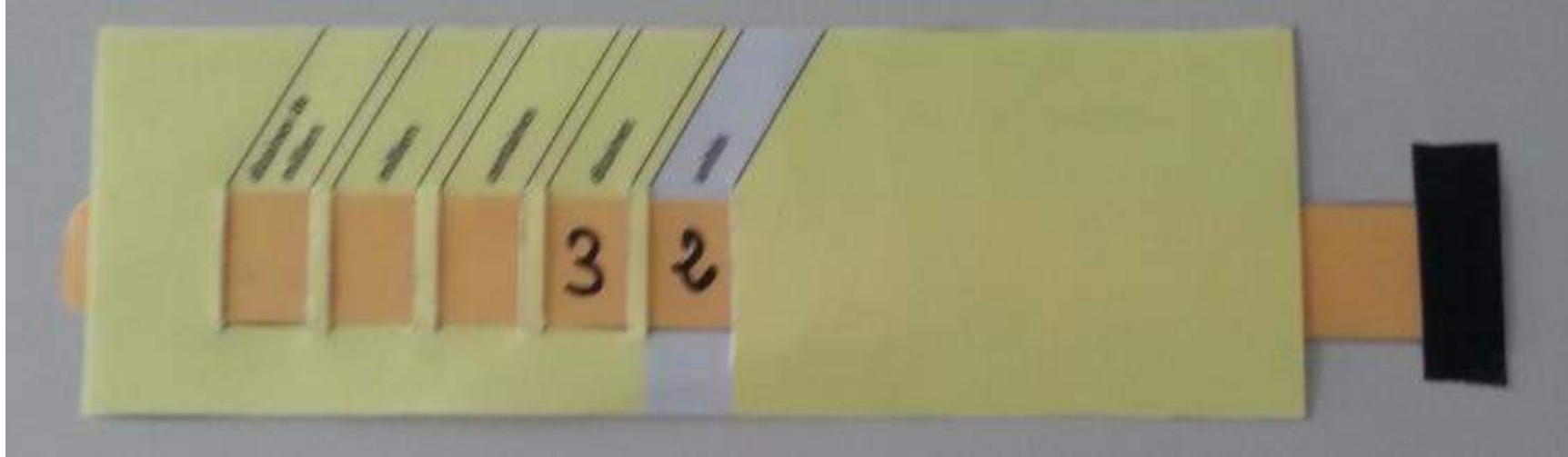


Le Glisse nombre



3,15 : 100

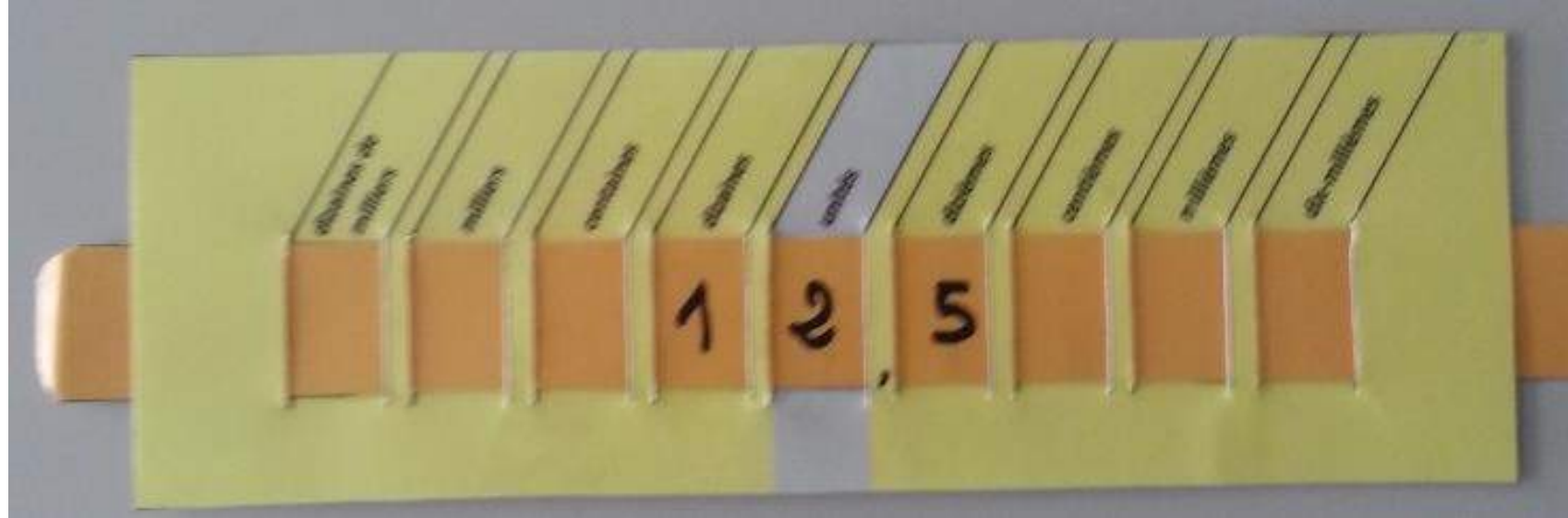




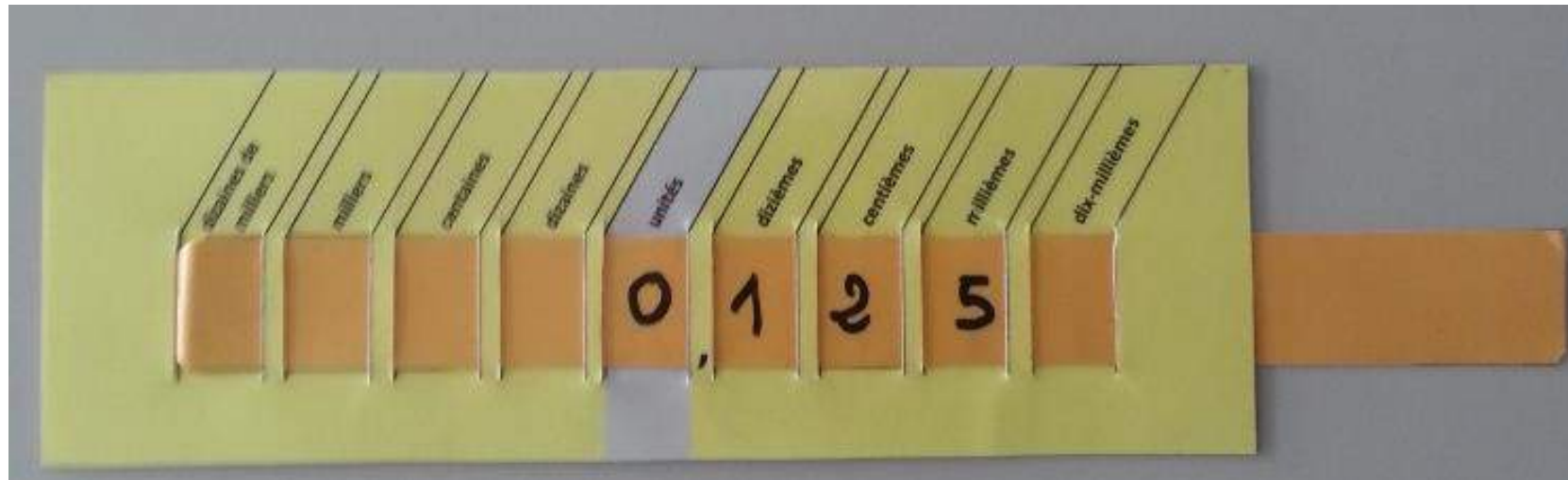
$$32 \times 100 = ?$$



Chaque chiffre prend une valeur 100 fois plus grande. 2 unités deviennent 2 centaines, 3 dizaines deviennent 3 milliers. Il est nécessaire d'introduire un 0 pour marquer l'absence de dizaine et d'unité.



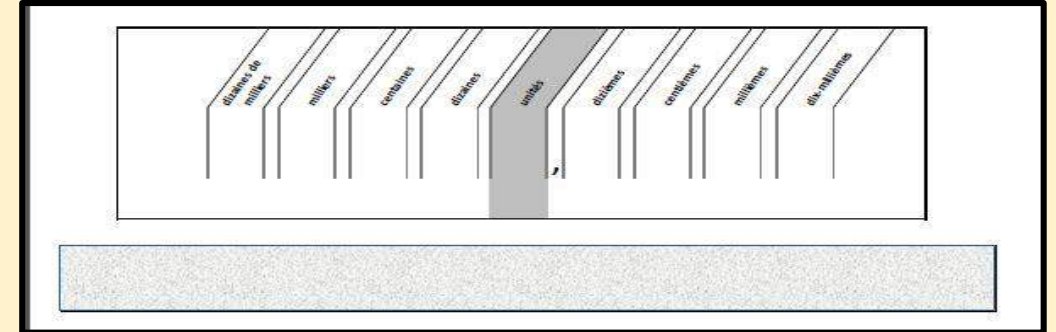
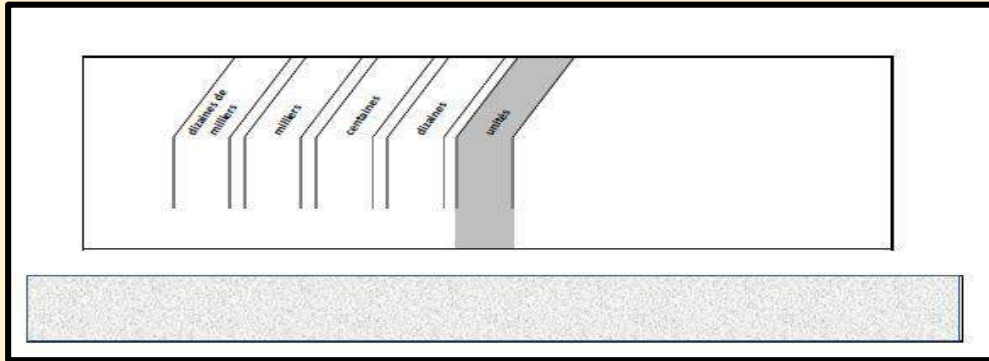
$$12,5 \div 100 = ?$$



Chaque chiffre prend une valeur 100 fois plus petite : 2 unités deviennent 2 centièmes, 1 dizaine devient 1 dixième, 5 dixième devient 5 millièmes. Il est nécessaire d'introduire un 0 pour marquer l'absence d'unité.

<http://site.ac-martinique.fr/pole-maths/>

Le glisse-nombre
cycle 2 et 3



Le glisse-nombre en noir et blanc

Multiplier ou diviser 0,1 ; 0,01 etc

b Multiplication par 0,1, par 0,01 et par 0,001

Pour multiplier un nombre décimal par :	On décale la virgule de ce nombre de :
0, 1	1 rang vers la gauche
0, 01	2 rangs vers la gauche
0, 001	3 rangs vers la gauche

• **Exemples :** $24,3 \times 0,1 = 2,43$;

$$562 \times 0,01 = 5,62$$

$$37,26 \times 0,001 = 0037,26 \times 0,001 = 0,03726$$

Pour diviser par 10, 100, 1 000 ...

Pour diviser un nombre décimal par 10, 100 ou 1 000, je déplace la virgule de 1, 2, 3 rangs vers la gauche (cela correspond au nombre de zéros contenus dans 10, 100 et 1000) et si c'est nécessaire, je place des zéros au début de l'écriture du nombre.

Exemples : $24,8 \div 10 = 2,48$ $24,8 \div 100 = 0,248$ $24,8 \div 1\,000 = 0,0248$

<http://www.academie-en-ligne.fr/ressources/5/ca05/al5ca05tepa0110-sequence-08.pdf>

Exemple 4

D

Multiplier des dixièmes par des dixièmes

1 dixième

multiplié par 1 dixième,
c'est 1 centième

car il faut 100 fois

le nombre $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$

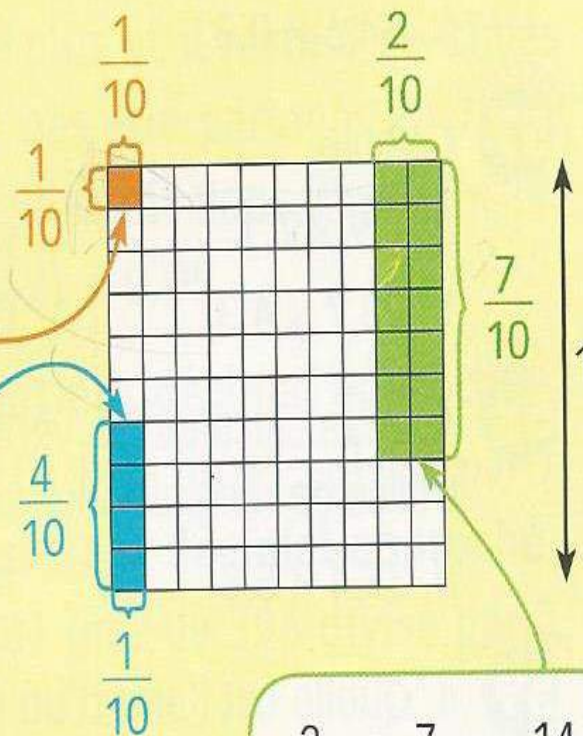
pour obtenir une unité.

Il faut 100 
pour obtenir
le carré unité 1.

$$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$$
$$0,1 \times 0,1 = 0,01$$

$$\frac{4}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{4}{100}$$
$$0,4 \times 0,1 = 0,04$$

$$\frac{2}{10} \times \frac{7}{10} = \frac{14}{100}$$
$$0,2 \times 0,7 = 0,14$$



C

Multiplier un nombre décimal par un nombre entier

→ *Étape 1* : Tu fais la multiplication sans t'occuper de la virgule.

→ *Étape 2* : Dans le résultat, tu places la virgule en laissant autant de chiffres après la virgule qu'il y en a dans le nombre décimal.

Exemple

$$37,52 \times 64$$

Tu calcules $3\,752 \times 64$ qui te donne le résultat en centièmes :

$$\begin{array}{r}
 3\,752 \\
 \times \quad 64 \\
 \hline
 15008 \quad \leftarrow 4 \times 3\,752 \\
 225120 \quad \leftarrow 60 \times 3\,752 \\
 \hline
 240128 \quad \leftarrow 3\,752 \times 64
 \end{array}$$

Tu obtiens 240 128 centièmes, c'est-à-dire 2 401,28.

$$37,52 \times 64 = 2\,401,28$$

$$37,52 \times 64 = \frac{3\,752}{100} \times 64$$

$$37,52 \times 64 = \frac{3\,752 \times 64}{100}$$

→ **Pour calculer le produit d'un nombre décimal par un nombre entier :**

- On pose la multiplication sans tenir compte de la virgule.
- On compte le nombre de chiffres après la virgule du nombre décimal.
- On place la virgule dans le résultat pour qu'il y ait autant de chiffres après celle-ci que dans le nombre décimal.

Exemples :

	1	,	2	5
x	3			
=	3	,	7	5

↑
virgule

← deux chiffres après la virgule

← deux chiffres après la virgule

		2	,	6
x		4		
	1	0	,	4

← un chiffre après la virgule

← un chiffre après la virgule

Je comprends



VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

Poser et effectuer l'opération : $3,74 \times 30,8$.

- **ÉTAPE 1** J'écris les deux nombres l'un sous l'autre ; leur alignement n'a pas d'importance.

$$\begin{array}{r} 3,74 \\ \times 30,8 \\ \hline \end{array}$$

Remarque

La partie décimale est
à droite de la virgule.

- **ÉTAPE 2** J'effectue la multiplication **sans tenir compte des virgules**.

$$\begin{array}{r} 3,74 \text{ — Il y a deux chiffres dans la partie décimale.} \\ \times 30,8 \text{ — Il y a un chiffre dans la partie décimale.} \\ \hline 2\ 992 \text{ — Produit de 8 par 3,74} \\ 000 \text{ — Produit de 0 par 3,74} \\ 11\ 220 \text{ — Produit de 3 par 3,74} \\ \hline 115,192 \text{ — Il y a donc trois chiffres dans la partie} \\ \text{décimale du résultat.} \end{array}$$

- **ÉTAPE 3** J'exprime le résultat :
 $3,74 \times 30,8 = 115,192$.

4 Multiplication par un nombre décimal

a Calcul du produit de deux nombres décimaux

MÉTHODE

Pour poser et effectuer la multiplication de deux nombres décimaux :

Étape ①

- On pose la multiplication.
- On effectue la multiplication sans tenir compte des virgules.

Étape ②

- On compte le nombre de chiffres après la virgule de chaque facteur.
- On calcule la somme de ces deux nombres.

Étape ③

- Cette somme correspond au nombre de chiffres après la virgule du résultat.
- On place la **virgule** dans le résultat.

→ **Exemple :** On veut calculer le produit de 37,8 par 2,46.

		3	7,	8	← 1 chiffre après la virgule
	×	2,	4	6	← 2 chiffres après la virgule
		2	2	6	8
+		1	5	1	2
+		7	5	6	.
		9	2	9	8

$$1 + 2 = 3$$

Donc : 3 chiffres après la virgule.

		3	7,	8
	×	2,	4	6
		2	2	6
+		1	5	1
+		7	5	6
		9	2,	9

Conclusion : On a ainsi calculé le produit de 37,8 par 2,46 : $37,8 \times 2,46 = 92,988$.

Exemple 5: Division quotient décimal

Je retiens

→ Quand on fait une division et qu'il y a un reste, on peut continuer la division pour avoir un **résultat plus précis**. On obtient un **quotient décimal**.

Exemple : 310 divisé par 8.

- On calcule la partie entière du quotient.

310 divisé par 8 = 38 et il reste 6.

- On place la virgule du quotient.
- On calcule la partie décimale du quotient.
- On écrit un 0 à la droite du reste et on continue l'opération.

→ Même en calculant un quotient décimal, il arrive que la division ne tombe pas juste.

→ On peut calculer la division **au dixième près**, c'est-à-dire à un chiffre après la virgule, ou **au centième près**, c'est-à-dire à deux chiffres après la virgule.

3	1	0				8			
-	2	4				3	8	,	7
		7	0						
-		6	4						
			6	0					
-			5	6					
				4	0				
-				4	0				
					0				

Diviser un décimal par un entier

Je retiens

→ Pour **diviser un nombre décimal par un nombre entier** :

- On divise d'abord la partie entière du dividende par le diviseur.

Exemple : $326,38 : 17$

$326 : 17 = 19$, reste 3

- On place ensuite la virgule du quotient, puis on abaisse le chiffre des dixièmes. → 3

$33 : 17 = 1$ reste 16

- On abaisse enfin le chiffre des centièmes. → 8

$168 : 17 = 9$ reste 15

→ Pour **vérifier si le résultat est juste**, on multiplie le quotient par le diviseur et on ajoute le reste.

$(19,19 \times 17) + 0,15$

3	2	6	3	8	1	7
-	1	7			1	9
	1	5	6			
-	1	5	3			
		3	3			
		-	1	7		
			1	6	8	
		-	1	5	3	
			1	5		

Définition Effectuer la division décimale d'un **dividende** par un **diviseur** (différent de 0), c'est chercher le **quotient** tel que **dividende** = **quotient** × **diviseur**.

Méthode 1 Diviser quand le quotient est un nombre décimal

Énoncé Effectuer la division décimale de 65,4 par 8.

Solution

$$\begin{array}{r}
 \overline{65,4} \quad | \quad 8 \\
 - \underline{64} \downarrow \\
 14 \\
 - \underline{8} \\
 60 \\
 - \underline{56} \\
 40 \\
 - \underline{40} \\
 0
 \end{array}$$

Quand on arrive à la partie décimale du dividende, on met une virgule au quotient.

Le reste est égal à 0. On s'arrête.

On peut écrire $65,4 : 8 = 8,175$.
On a aussi $65,4 = 8 \times 8,175$.

Méthode 2 Diviser quand le quotient n'est pas un nombre décimal

Énoncé Effectuer la division décimale de 52,6 par 3.

Solution

$$\begin{array}{r}
 \overline{52,6} \quad | \quad 3 \\
 - \underline{3} \downarrow \\
 22 \\
 - \underline{21} \\
 16 \\
 - \underline{15} \\
 10 \\
 - \underline{9} \\
 10 \\
 - \underline{9} \\
 1
 \end{array}$$

Le reste est toujours égal à 1. La division ne s'arrêtera pas.

On donne alors une valeur approchée du quotient, par exemple 17,53. On peut écrire $52,6 : 3 \approx 17,53$.

Exemple 6

Mesures de longueur

- **Calcul mental** : Effectuer des additions du type $du + 1$, $du + 11$, $du + 21$.
- **Activité de découverte (Livre du maître)** : Utiliser un tableau de conversion avec les décimaux.

Je comprends

- Les nombres décimaux sont pratiques pour mesurer précisément des longueurs.

Le record du monde de lancer du poids est de 23,12 m.

Partie entière		Partie décimale		
dam	m		dm	cm
2	3	,	1	2

→ $23,12 \text{ m} = 23 \text{ m } 12 \text{ cm}$



- Pour convertir une longueur, tu peux utiliser un tableau de conversion.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
0,	6	0	0			
			8,	1	2	7

→ $600 \text{ m} = 0,600 \text{ km} = 0,6 \text{ km}$

→ $8,127 \text{ m} = 8 \text{ 127 mm} = 8 \text{ m } 127 \text{ mm}$

Il faut placer la virgule à droite de l'unité de longueur choisie.



Dans le nombre 8,127, le chiffre 7 est le chiffre des **millièmes**.

Pour effectuer des conversions

km ³			hm ³			dam ³			m ³			dm ³ ou L			cm ³			mm ³		
c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u
														1	0	0	0			
								0,	0	3	7									

Exemple 1 L = 1 dm³ = 1 000 cm³.

Méthode Effectuer des conversions d'unités de volume

Énoncé Convertir 37 m³ en dam³.

Solution

On place dans le tableau 37 m³. On ajoute deux **zéros** dans les colonnes jusqu'aux unités de dam³.
37 m³ = 0,037 dam³.

Attention à ne pas oublier la virgule !

Exemple de « bonne pratique »



Points de repère

kilogramme	hectogramme	décagramme	gramme	décigramme	centigramme	milligramme
1 kg = 1 000 g	1 hg = 100 g	1 dag = 10 g	1 g	1 dg = 0,1 g	1 cg = 0,01 g	1 mg = 0,001 g

Pour effectuer des changements d'unités de grandeurs, on utilise :

- la multiplication par 10, par 100 et par 1 000.
- la multiplication par 0,1, par 0,01 et par 0,001.

Exemple : $3,8 \text{ kg} = 3,8 \times 1 \text{ kg} = 3,8 \times 1\,000 \text{ g} = 3\,800 \text{ g}$.

Exemple : $142 \text{ cg} = 142 \times 1 \text{ cg} = 142 \times 0,01 \text{ g} = 1,42 \text{ g}$.

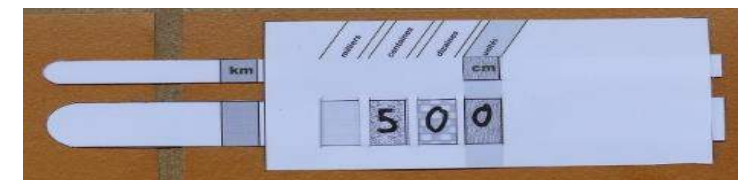
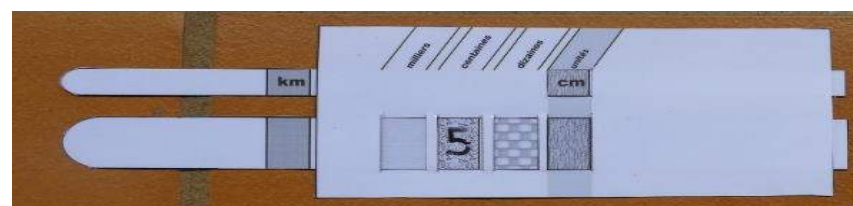
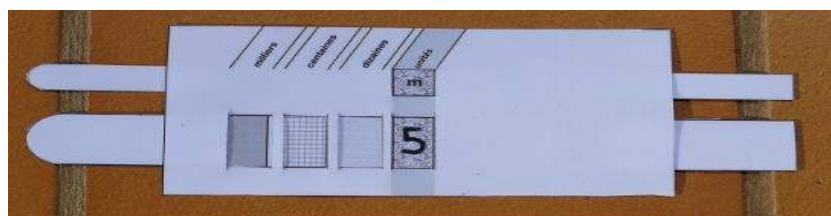
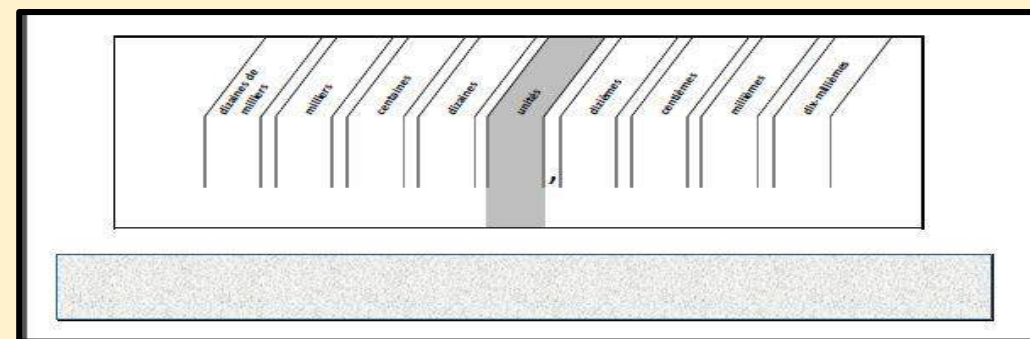
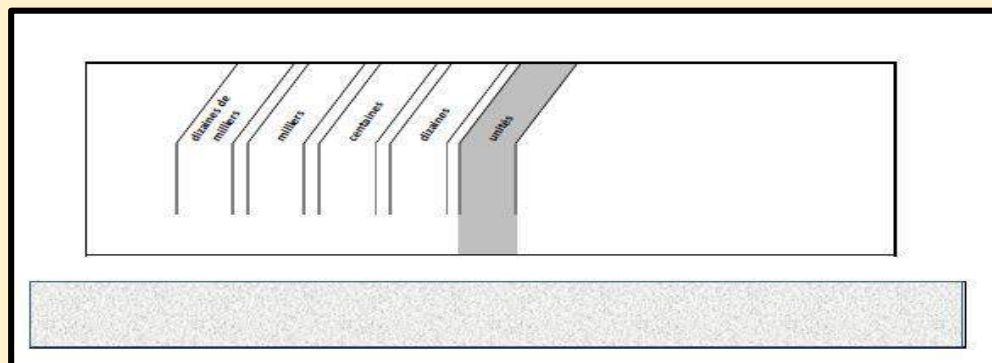
Effectuer des conversions: Trace écrite

$$300 \text{ cm} = 300 \text{ centièmes de mètre} = \frac{300}{100} \text{ m} = \mathbf{3} \text{ m}$$

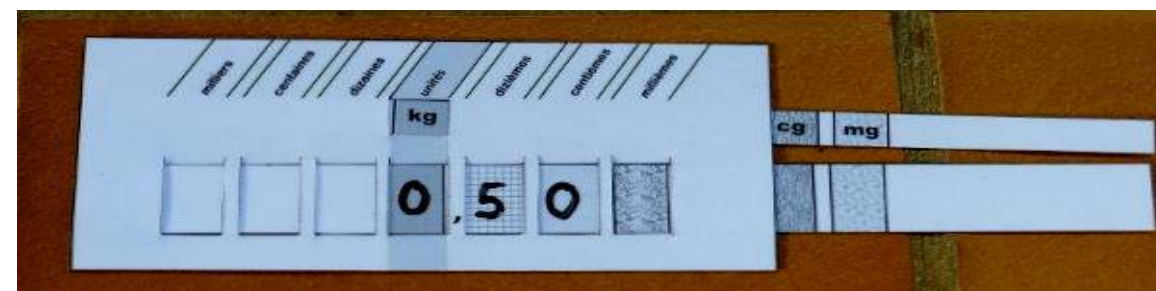
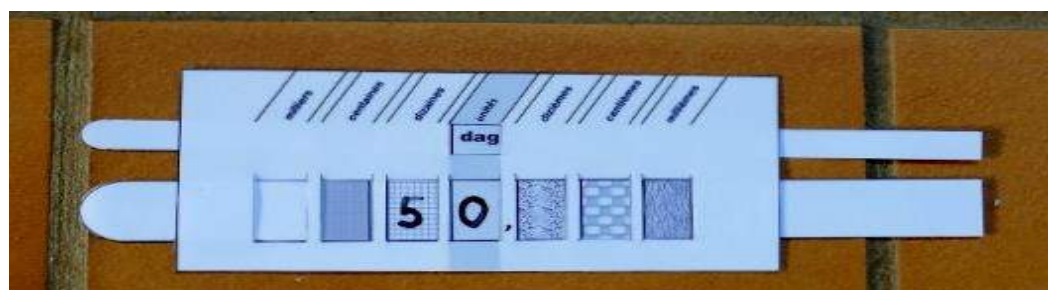
$$5 \text{ cm} = 5 \text{ centièmes de mètres} = \frac{5}{100} \text{ m} = \mathbf{0,05} \text{ m}$$

<http://site.ac-martinique.fr/pole-maths/>

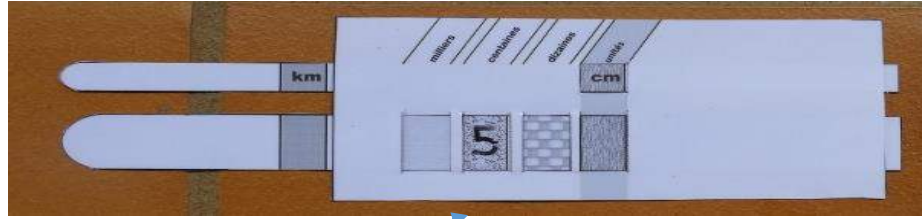
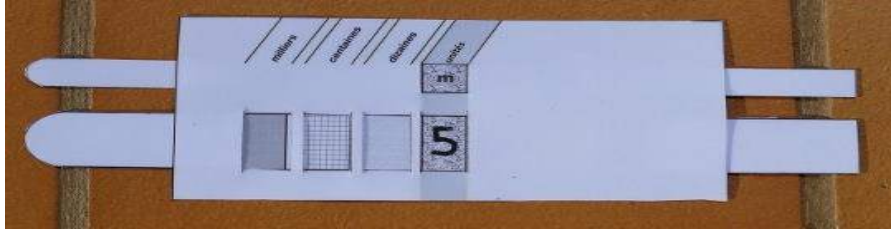
Le glisse-nombre
cycle 2 et 3



Le glisse-mesure cycle 2 et 3

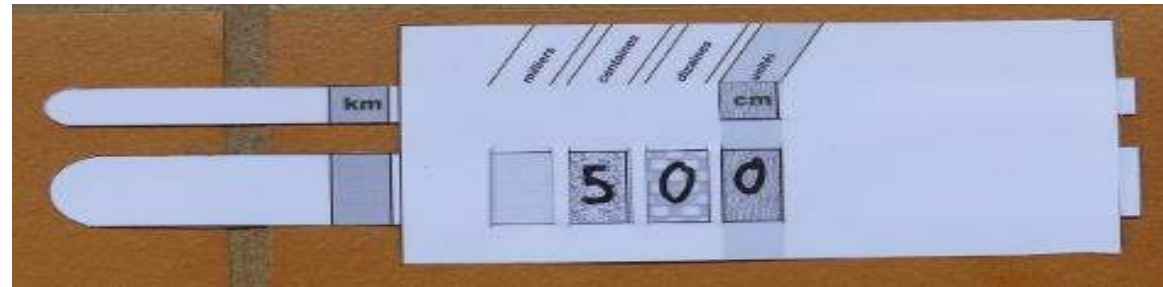


Le glisse-mesure cycle 2



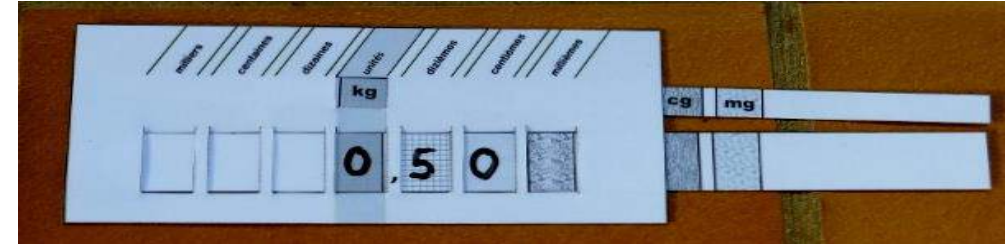
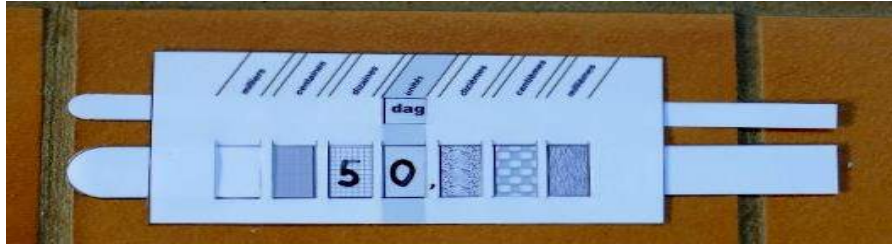
5 m = ? cm

- Le m est 100 fois plus grand que le cm
- 1 m = 1 centaine de cm
- 5 m = 5 centaines de cm



- 5 centaines de cm = 500 cm . Il est nécessaire d'ajouter deux zéros pour marquer l'absence de dizaines et d'unités de cm.
- **5 m = 500 cm.**

Le glisse-mesure cycle 3



50 dag = ? kg

- **Le dag est 100 fois plus petit que le kg.**
- 1 dag = 1 centième de kg
- $1 \text{ dag} = \frac{1}{100} \text{ kg}$
- **50 dag = 50 centièmes de kg**
- $50 \text{ dag} = \frac{50}{100}$ de kg (écriture avec une fraction décimale)
- **50 dag = 0,50 kg** (écriture à virgule)
- **Pour aller plus loin, on peut aussi écrire**
- 50 dag = 5 dixième de kg
- $50 \text{ dag} = \frac{5}{10} \text{ kg}$
- **50 dag = 0,5 kg** (On peut retirer le zéro car il n'y pas de centièmes de kg)

Qu'est-ce que « construire du sens » ?

→ penser l'enseignement des mathématiques comme un système :

- cohérent,
- pérenne au fil des ans,
- s'appuyant sur ce l'élève sait déjà.

→ donner aux nouveaux savoirs une justification :

- accessible à l'élève,
- **mathématique**,
- correcte.

On peut apprendre aux élèves à effectuer des opérations, à convertir, à comparer des nombres, à passer de l'écriture décimale aux fractions décimales ...de façon **justifiée, cohérente et stable dans le temps**, en s'appuyant uniquement sur la compréhension du système de position fondé sur :

- **le principe de position** (2 n'a pas la même valeur dans les nombres 233 et 323)
- **le principe du rapport de 10 entre les différentes unités** (dans 233, le 2 a une valeur 10 fois plus grande que dans 323)

Fractions et Décimaux : de l'objet d'étude à l'outil

